

TR-O-0125

29

通信網の発達に伴うトラヒック理論の
機能的困難と克服への展望

下川 信祐

1996. 3.15

ATR光電波通信研究所

通信網の発達に伴うトラヒック理論の機能的困難と克服への展望

Mar. 1996

下川 信祐

ATR光電波通信研究所 通信デバイス研究室

Contents

Chapter 1. 総論	3
1. トラヒック理論について	3
2. トラヒック理論に基づく評価の機能的困難	4
3. 本研究の概要	6
4. 展望	7
Chapter 2. A bursty teletraffic flow with an intensity of zero	11
1. Statistical multiplexing in the ATM network	11
2. An experiment for characterizing video cell loss streams	11
3. Self-similarities in measures of the cell loss data	12
4. Modeling with the Lévy dust	13
5. Infinite intermittency and its implications	15
Chapter 3. 高変動ランダムサーバ待ち行列のスケールアップ則	17
1. まえがき	17
2. 自己相似確率過程	17
3. 単一サーバ待ち行列のスケールアップ	18
4. 有限容量モデルのスケール則	19
5. 自己相似ランダムサーバモデル	19
6. まとめ	21
Chapter 4. 輻輳概念の意味論的限定性 —実現自由度の視点—	23
1. はじめに	23
2. 輻輳論の限界と積極的な性能理論の必要性	24
3. 自由度拡大としての網発達	25
4. 実現自由度：可能な実現の豊かさ	26
5. 通信網の実現自由度	26
6. 実現自由度に基づくメリット表現	27
7. まとめ	29
Chapter 5. SELF-CONTAINEDなシステム性能評価の可能性について	31
1. まえがき	31
2. 性能評価の役割（問題の定式化）	31
3. 経験的能力定義の限界（原因の解明）	34
4. 理論的能力定義へ向けて	35
5. 待ち合わせ系の一つの意味論	37
6. まとめ	39
Bibliography	41

CHAPTER 1

総論

今世紀初頭、A.K. Erlangは通信網やその要素を評価する為の形式的枠組みを定式化した(1908年, [1])。依頼、網の開発・運用における基本的な考え方と見做され、通信技術の発達に伴って改良が加えられて新しいシステムの設計を支えてきた(例えば, [2])。今日この枠組みはトラヒック理論(または待ち行列理論)と呼ばれる。しかしながら、近年の要素技術の著しい発達は、トラヒック理論の適用を次第に困難なものとしつつあることが認識されはじめた。本研究では、この問題の重要性と基礎的性格に注目し、問題の構造解明と解決策の獲得を目指した。複雑性ダイナミクスと計算論的視点に基づく分析を通して、困難の構図を明らかにした。また、解決策となる新しい枠組みについて、基本的な方向性を得ている。

本章では問題の概観を述べると共に、独立した内容を持つ次章以下の検討を統合して本研究の到達点を明らかにして問題解決の見通しを展望する。

1. トラヒック理論について

本研究の主題は、トラヒック理論に基づく性能評価の機能的困難というやや込み入ったものである。本節ではトラヒック理論の外観(即ち機能)と内部構造を要約し、次節で機能的困難を解説する。

トラヒック理論は通信網¹の評価において利用される。まず、‘評価’の一般的な意味を明らかにしておく。通信網の開発・運用は一般に所望の機能の獲得・維持を目的とした工学的過程であり、広義の設計またはその逐次的過程と見做せる：

開発・運用過程 $\subset$ 設計過程。

設計過程は、一般に設計者(集団) D と設計対象 σ (ここでは網の実体やその設計書・仕様書)の相互作用と見做しうる。設計者から対象への作用が対象を構成(変更)する一方、対象から設計者への作用(観測)が評価に他ならない：

$$(1.1) \quad \text{設計過程: } \underset{\text{評価}}{\text{設計者 } D} \overset{\text{構成}}{\rightleftharpoons} \text{設計対象 } \sigma, \quad \sigma \overset{\text{構成}}{\longrightarrow} \sigma', \quad D \overset{\text{評価}}{\longrightarrow} D'.$$

即ち、網の開発・運用は、設計者 D と設計対象 σ 間の一連の相互作用から成り立つと見做すことができ、その一方の成分が評価である。従って、網の評価は、通信網の開発・運用過程という工学的過程の基本的な構成要素である。

機能的側面から表現すれば、トラヒック理論は、網評価の為の形式的の枠組みの一つである。形式的とは、実験的な方法と経験的な表現のみを用いて直接的に下される評価に対比した意味である。数学的モデルを導入して、対象 σ の特性((1.1)における評価のチャネルの設計者側の入力)に数学的(形式的)な表現を用いる時、形式的評価と称する。従って、評価過程(特性算出)の途中に計算機等の実験的方法を利用する場合も含む。形式的な評価枠組みが必要とされるのは、網という大規模に運用されるシステムの設計過程が実験的方法のみでは実現できず、設計書、仕様書と

¹トラヒック理論は、通信網に限らず、その構成要素である交換機単体やデータベースシステム、生産・流通システムなどにも広く利用される。本稿では、それらをトラヒックシステムと呼ぶ。本稿では、もっぱら通信網を対象とするが、これは議論・分析を簡単にするためであり、通信網に固有の事情があるためではない。

いった何らかの抽象的性格を持つ対象に抽象的な評価表現を与える必要があり、この目的に適している為であると考えられる。

トラヒック理論の評価対象は、通信網の中心的な構造である輻輳性の共用方式である。輻輳性の共用方式とは次のようなものである。まず、通信網は通信の自由性と経済的現実性の両立をその機能とする。即ち、通信は多様な相手と多様な形態で可能なことが望ましいが、自由さを求めるほどコストが拡大し経済的に現実的でなくなる。この相反する要求を両立させる仕組みが網である。両立の方法は共用である。共用の方式は二つに大別される。即ち、非輻輳性と輻輳性の方式である。前者は通信に必要な資源を十分確保し利用時に競合（衝突）が起きない構成をとる方式、後者は競合、従って待ち合わせを容認することで通信自由度を仮想的に拡大する方式である。前者は特別な場合に有効であるが、一般には後者が網としての高い能力をもつと考えられている。輻輳性の共用方式を評価する従来の方法論がトラヒック理論である。

トラヒック理論の具体的適用は次のようなものである。まず、与えられた輻輳性の共用方式に対して、待ち行列と称するモデルを作成する。次に、通信の利用要求（これを入力トラヒックと言う）が確率過程で与えられるとし、数学的解析若しくは計算機シミュレーションにより待ち合わせ過程の統計量を算出する。入力トラヒックは、一般に事前に決められないから、入力トラヒックの候補群として確率過程の族（集合）を考える。これは、結局、共用方式 σ の特性を、入力トラヒックを表す確率過程の一般の族 $\mathcal{J}$ から待ち合わせの確率過程の族 $\mathcal{M}$ への写像 $Q(\sigma): \mathcal{J} \rightarrow \mathcal{M}$ として捉えることを意味する。 $Q(\sigma)$ を σ の輻輳特性と呼ぶ。

輻輳特性によって方式を評価することは概ね次のような解釈に基づいていると考えられる。輻輳性の共用系である網は、通信の自由性と資源コストの両立の為に輻輳（混雑）が生じうる。この関係は確率的な変動を伴う入力トラヒックが資源の競合に出会って待ち合わせ過程を生ずるという待ち合わせモデルで表現されている。従って輻輳特性は輻輳性の共用系を特徴付けるというものである。

なお、網を評価するための形式的枠組みはトラヒック理論に限らない。他にも、通信網の動作を決定づける通信プロトコルの設計において、デッドロック可能性等の評価に利用される形式的枠組みがある（例えば、[3], [4]）。だがそれらは、コストと自由性の両立という網の機能的意味に沿った評価ではない。網の機能の下部構造と見做される部分の評価であり、トラヒック理論と置き換えることは出来ない。その意味で、トラヒック理論は網の中心的な機能の評価の為に既存の形式的枠組みとしては唯一のものである²。

2. トラヒック理論に基づく評価の機能的困難

トラヒック理論による性能評価、即ち、輻輳特性による共用系の特徴付けを用いた評価出力を設計者が用いることは、通信網の発達に伴って困難を生じてきた。本節では本研究の出発点であるこの問題を解説する。

前述の輻輳特性 $Q(\sigma)$ が実際の性能評価（即ち、(1.1)での評価出力）を直接与えている訳ではない。困難はこの点に起因する。まず、実際の性能評価と輻輳特性 $Q(\sigma)$ の関係を論じておく。

輻輳特性 $Q(\sigma)$ は、方式 σ を特徴付けると見做しうるが、高度に抽象的な形式的概念であり、設計の相互作用(1.1)上、直接機能することはできない。実際、入力トラヒックの族のなす空間 $\mathcal{J}$ は測度のなす無限自由度の空間であり、輻輳特性 $Q(\sigma)$ は無限次元の空間から無限次元の空間への写像である。一方、設計者は、輻輳特性・サービス仕様・構成の自由度の3者に関する情報を適切に判断して構成作用($\sigma \rightarrow \sigma'$)に関する意志決定を行うことで設計過程を進める。この判断を処理する形式的枠組みは知られていない。経験や実験によって判断を行う。この時、たとえ Q が算出できたとし

²ただし、今後、下部構造の為に枠組みが発展して、トラヒック理論に取って代わる可能性は十分にありうる。実際、本節の最後に与える展望は、これを目指したものと見做しうる。

ても、無限次元空間の間の写像である輻輳特性 $Q(\sigma)$ や $Q(\sigma')$ は、特別な問題設定を除いて判断の直接的な対象とはなりえない。

そこで、輻輳特性を低次元空間の間に制限したものが用いられる。これは通常、入力トラヒックの族の低次元部分空間 $I \subset \mathcal{J}$ と待ち合わせ過程の族の空間上の少数(n)個の関数族(待ち合わせ指標族) $F = (f_1, \dots, f_n)$ の指定によって、

$$E(\sigma, I, F): I \hookrightarrow \mathcal{J} \xrightarrow{Q(\sigma)} \mathfrak{M} \xrightarrow{(f_1, \dots, f_n)} \mathbb{R}^n$$

と与えられる。 I は殆どの場合 $\mathbb{R}_+^m$ ($\mathbb{R}_+$ は非負の実数半直線)と同一視できる。 $|F| := n$, $|I| := m$ とおく。

何らかの理由で、 σ の特徴付けとして $Q(\sigma)$ に代わって $E(\sigma, I, F)$ を採用することが正当化された時、 $E(\sigma, I, F)$ は設計過程の評価として機能しうる。実際、必要な実験等を行うことで、 $|F|$ が小さい待ち合わせ指標族 F の限界条件を有界閉集合 $K \subset \mathbb{R}^n$ として獲得することが期待でき、さらにこれは、入力トラヒックの部分空間である低次元の閉領域 $E(\sigma, I, F)^{-1}(K) \subset I \cong \mathbb{R}_+^m$ を与えることが期待できる、この時、 $E(\sigma, I, F)^{-1}(K)$ は、 σ の処理しうるトラヒック族の空間として σ の能力と見做しうるからである。実際、低次元空間 $\mathbb{R}_+^m$ の部分領域であるため、 $E(\sigma', I, F)^{-1}(K)$ と比較することで、経験的に構成作用($\sigma \rightarrow \sigma'$)上の判断を行うことは十分に可能である。そこで $E(\sigma, I, F)$ を輻輳特性評価と呼ぶ。もっとも単純な設定である一次元空間の間の関数が最も良く用いられる。入力トラヒック強度-平均遅延時間関係、入力トラヒック強度-呼損率関係等が代表的な輻輳特性評価である。逆に、具体的な設計において待ち合わせ指標族 F の中に平均値縁時間や呼損率が以外が登場することは殆ど無い。

$E(\sigma, I, F)$ の採用が正当化される一般的根拠は、 n や m を大きくしても知られていない。従って、開発・運用の個別の実際が正当化の鍵を握っている。即ち、想定される入力トラヒックの族の範囲が限定的であったり、考慮すべき待ち合わせの指標が限定的であることが、個別の仕様・状況から支持されなければならない。理論的にはトラヒック理論が適用できる前提はここである。ただし、この前提を承認しやすくしてきた理論的結果がある。まず、 I の次元に関する「ポアソン少数の法則」である。即ち、独立な正再帰的定常点過程を多く重畳するとき、各生起率が十分に小さければ、ポアソン過程にほぼ等しいというものである。もし、ポアソン少数の法則が適用できて、かつ考慮すべき構成の自由度 $\Sigma \ni \sigma, \sigma'$ が限定的であれば、少数個の待ち合わせ指標族 F の採用が正当化される。実際、考慮すべき待ち合わせ過程の全体 $Q(I \times \Sigma) \subset \mathfrak{M}$ が低自由度であり、適当な待ち合わせ指標族によって、小さい n に対する埋め込み：

$$Q(I \times \Sigma) \xrightarrow{(f_1, \dots, f_n)} \mathbb{R}^n$$

が得られるからである。また、もし想定されるトラヒック族によらず、少数の待ち合わせ指標族 F の採用が正当化されれば、 $Q(\sigma)$ の性質から、結局は想定すべき入力トラヒック族を小さく取れる場合が多い。この場合、 $E(\sigma, I, F)$ が採用できることになる。このような事実が、トラヒック理論適用の妥当性を陰に陽に支えてきたと言える。しかしながら、いずれもまた前提を含むことであり、これらの前提を保証する一般的根拠は知られていない。

本研究の主題である性能評価の機能的困難とは、通信網の発達に伴って、 $E(\sigma, I, F)$ 採用が実際に困難となり、トラヒック理論による評価が設計過程で機能を果たしがたくなってきたことにある。これは、入力トラヒック族 I 、待ち合わせの指標族 $F = (f_1, \dots, f_n)$ だけでなく、共用方式 σ の構成自由度 Σ をも拡大してきたことを意味する。構成自由度 Σ の拡大は、通信・情報処理の要素技術の発達に他ならない。入力トラヒック族 I の自由度拡大は、いわゆるバーストトラヒックの問題として知られている。即ち、データ通信、可変速度符号化の音声・動画等、近年考案される通信サービスでは、総じて変動の大きい入力トラヒックが観測されてきており、族 I は大規模化を余儀なくされてきている。また、通信品質を保証するには、待ち合わせ尺度族 $(f_1, \dots, f_n)$ の拡大・高次元化も必要とされてきた。即ち、かかる通信サービスにおいて、従来用いられている平均待ち時間等の待

ち合わせの規模的量子より、寧ろ、長時間待ち合わせの出現性（待ち時間分布の裾の形）連続的呼損の出現性などの待ち合わせパターンが重要視されることによる。このようなパターンが問題とされることは、待ち合わせ過程の自由度 $Q(\Sigma)(I) \subset \mathfrak{M}$ が高次元化していることに起因している。従って、 $I \times \Sigma$ の拡大に伴った変化である。

こうして通信網の発達に伴って I, Σ, F が拡大し、輻輳特性評価 $E(\sigma, I, F)$ は設計過程において評価機能を果たすことが困難となってきた。この性能評価の機能的困難の問題は次の点で注目される基礎的な問題である。第一はその傾向である。これらの困難は通信網の能力拡大と結び付いている。従って、機能拡大を阻みつつあると考えられ、工学的見地からみて、困難の構造の理解と克服法の模索は重要である。第二はその一般性にある。輻輳性の共用方式の能力拡大を図るとき、ほぼ確実にこの困難性が拡大する。従って基礎的な問題である。また従来法の踏襲が次第に困難になってきたという経緯は、この問題が従来法の改良や改善では本質的に解決が困難であることを示唆している。評価枠組みの根本的な再構築を要していると予想される。

なお、本研究では評価の機能的側面からの困難を扱うが、 $I \times \Sigma \times F$ の拡大は $E(\sigma, I, F)$ の算出そのものも困難にしている。評価に携わる担当者が最初に認識する困難は、寧ろこの算出の問題である。しかし、算出の困難のみに着目すると、強力な解析法の開発を優先し、枠組みそのものを見直す必要があることを気づきにくい。上述では、性能評価の機能的困難が少なくとも $E(\sigma, I, F)$ の算出困難が克服されても解決できないことを明らかにし、問題の所在が枠組みにある可能性が強いことを指摘している。

3. 本研究の概要

次章以降では、トラヒック理論に基づく性能評価の機能的困難に対して、独立した性格をもつ結果を与えている。その方法も、実験的・理論的・形式的・非形式的と異なるものである。そこで本節では、各章の概要を参照しつつ主題を論じ、本研究の到達点を概観する。

困難はトラヒック理論の枠組みの外部から生じてきている。前節の最後にも述べたとおり、この時、最も標準的な考え方は、トラヒック理論の枠組みの本質を変えず、その内部に解決策を求めるものであろう。これは次のように言い換える事が出来よう。輻輳特性評価 $E(\sigma, I, F)$ において、 $|I|$ や $|F|$ を大きくせざるを得ないのは、輻輳特性 $Q(\sigma)$ やその定義域 $\mathcal{I}$ ・値域 $\mathfrak{M}$ に対する我々の理解や解析力が足りず、 $Q(\sigma)$ を特徴付ける低自由度のパラメータを抽出できていない為とするものである。例えば、ポアソン少数の法則の類の極限定理をより強力かつ広範に獲得できれば、 $|I|$ 従って $|F|$ の増大を押さえられるというものである。

2章では、この考え方に否定的な結果を示している。即ち、零再帰的な強混雑性のトラヒックデータが存在することを示している。このことは、次のように上記の標準的な考え方に否定的見解をもたらす。即ち、零再帰的トラヒックを表現する測度は、重畳によって全く異なる定義域をもつ測度を加算無限個生成する。従って、そこで論じている標準的な問題である通信回線の統計多重の場合、 I として総仮想回線数 k 個以上の（エルゴート論的）性質の異なる測度族の直和 $I = I_1 \amalg \dots \amalg I_k$ を用意すべきことを意味している。同様のことが $Q(\sigma)(I) \subset \mathfrak{M}$ についても言える。このような構造をもつ測度の空間の要素の統計的特徴を与える指標 F は、少なくとも $k \leq |F|$ を満たす必要があると考えられる。総仮想回線数はシステムのサイズに応じて大きくなる。これは $|F|$ の増大を余儀なくされることを意味する。

我々は、トラヒック理論の内部（即ち $Q(\sigma)$ の構造の理解）の発達によって、 $|I|$ や $|F|$ の増大を押さえることが困難な事を見いだした。この時、前節で述べたように、設計者の判断が経験・実験的なものである限り、トラヒック理論の利用は困難である。そこで次に考えられるのは、トラヒック理論の外部の発達を図ることである。即ち、 $|I|$ や $|F|$ が大きい $E(\sigma, I, F)$ 若しくは $Q(\sigma)$ を直接処理できるような、設計者の判断の為の形式的体系を構成することである。しかしながら、この試みは、最終的にトラヒック理論の枠組みの本質である $Q(\sigma)$ による特性表現を放棄せざるを得な

い事態に導く。即ち、設計判断の形式化は同時に性能評価の為の形式的枠組みの再構築を導く。以下ではこれを論証しよう。

設計判断に有効な形式的体系 $\mathcal{D}$ が存在するとしよう。すぐ後に述べるように、この体系 $\mathcal{D}$ は一つの特徴的な性質を持つ記述体系 $\mathcal{U}$ を前提にする。 $\mathcal{U}$ が備えるべき性質とは、普遍性である。普遍性の点から、輻輳による特性表現 $Q(\sigma)$ が別の表現によって置き換えられる必要性が生じてくる。

まず、普遍的な記述体系 $\mathcal{U}$ の要請を説明しよう。設計者の判断は、設計を進める中心的な要素と見做せる。即ち、設計過程は、仕様 $Spec$ 、対象の構成自由度 Σ 、対象の特性 $Char$ （ここでは輻輳特性 Q ）の3者の情報を適切に判断して、構成作用 ($\sigma \rightarrow \sigma'$) を実行すると見做せる。一つの判断は、現在の対象の状態 σ と次の選択肢たち $x \in \Sigma$ に対する特性を比較³し、次の構成作用の目標である $\sigma' \in \Sigma$ を選び出すことと考えられる。この時、選定の為の比較は $Spec$ 、 Σ 、 $Char$ の情報に基づいて行われる。従って、判断（比較）の為の形式的体系 $\mathcal{D}$ は、これらの情報を基に行う比較の根拠を与える体系でなければならない。即ち、合理性の体系である。かかる合理性の体系 $\mathcal{D}$ では、表現の異なる記述を出来るかぎり相互翻訳して、順序づけの根拠が明らかにされている必要がある。無論、合理性の論理は首尾一貫せねばならない。一貫した相互翻訳が可能ということは、一定の記述体系 $\mathcal{U}$ があって、そこに諸表現を翻訳しうることに他ならないと考えられる。従って、かかる記述の体系 $\mathcal{U}$ があって、初めて合理性の体系 $\mathcal{D}$ を構成することができる。

さて、輻輳特性 $Q(\sigma)$ は、残念ながら、普遍性の要請からみて基礎となる特性表現ではないと考えられる。3章、4章の結果はこれを支持している。また、4章では、普遍性の観点から輻輳に代わるべき特性記述の視点を挙げている。3章では、独立・同値・安定な待ち行列モデルの統合が、輻輳特性のメリットを必ずしも引き起こさないことを示している。これは、統合・共用のメリットが、輻輳特性の意味では一般に微妙な問題であることを意味している。一方、我々は経験的に網が統合し大規模化することが一般に望ましいことを知っている。統合等、網の構成上の変化の多くは、輻輳論的特性 $Q(\sigma)$ の意味での相互比較ではない他の何かの機能拡大に対応したものである。従って、 $Q(\sigma)$ は対象の特性の表現力に限界があることを意味する。4章ではこの点をより組織的に論じ、機能拡大を表現するより普遍的な表現として「実現自由度」の概念を非形式的に提示している。さらに5章では、輻輳特性による性能評価の困難の問題を、非形式的なモデルの導入によって組織的に論じ、特性表現の処理に要する経験的論理が性能評価の機能を損なうことを非形式的に論証している。従って、困難を排除するには普遍的論理によって処理できる特性表現（能力定義）を要することになる。

輻輳特性は、対象評価の為の特性表現として一般性のある記述法とは見做せないことが解った。これまでの議論を整理すれば、トラヒック理論の本質である輻輳特性 $Q(\sigma)$ による設計対象の特性表現は、性能評価の機能的困難の問題において、放棄せざるを得ない事になる。

本研究で得られた実質的な結論はここにある。もちろん、上述の通り「実現自由度」・「合理性の体系」など、一定の広がり期待できる方向性は得られてきてはいる。しかし、これらを実質的なものにするには、さらに組織的な検討を要する。次節で展望するのが適当であろう。

4. 展望

評価の困難の問題は $Q(\sigma)$ の利用を退けている。かかる事態に対しどのような方法が有効だろうか？ 基本的条件を整理すれば、選択肢は限られてくる。そこで、まずこれら基本的前提条件に関して注意しておく。ここで注意する点は前提に対するものであり、今後の方策の検討において直接に考慮するものではない。しかし、これによって、我々が今後考えていく方策の位置づけが得られるであろう。

第一に、我々は

- 通信網の開発・運用の過程をモデル(1.1)で捉える。

³特性は、まさにここで設計上の評価として機能していることになる

通信網やトラフィックシステムの開発・運用にこの図式を当て嵌めることが妥当か否かに関しては、実際の所、議論の余地があろう。通信網は社会基盤であり、インターネットに見るように、様々な組織の相互作用と共に発生的に出来ているという見方がむしろ自然かもしれない。その時、一貫した判断に基づいて対象に作用し、また判断のための情報を対象から収集するという一元的設計者の存在は奇異に見える。大規模な対象では、設計者の組織的集団を仮定しても、対象の構築・管理・運営に対して一元的であることは難しい。競争の見地から多元的であるほうが望ましいという議論も起こりうる。このように考えたとき、前提(1.1)は、社会に深く根ざす網を設計行為が有効と言う意味での工学的な対象と見做すという仮定に他ならない。そして、モデル(1.1)に関する問いは、工学的対象と見做すことの意味を問うことになる。ただし、この問いは(1.1)に否定的なものとは限らない。なぜなら、技術は社会を変革するからである。

第二に、我々は

- 評価において形式的方法を持ち込む。

形式的方法は、実験や実際による経験的な方法のみに限界がある為に採用された。しかし、形式的方法は常に精密さの要請を伴い、柔軟性や了解性の点で劣ると見做される面が無視できない。これに相補的なものは、非形式的（たとえば深い経験的知識を前提とした自然言語による）方法である。通常、設計の実際に関わる諸判断・諸評価は、大部分が非形式的方法に基づいて進められている。本来なら、ここで形式的方法と非形式的方法の違いの本質的な意味を提示しておくことが望ましい。しかし、残念ながら、筆者には少なくとも現段階でこれを論じる事は出来ない。

以上の前提の下で我々の取りうる方策は、前節の終わりに述べた、普遍性を備えた記述体系 $\mathcal{U}$ とその上の合理性の体系 $\mathcal{D}$ を求めることに限られる。このことを論証しておこう。

対象の評価は、対象の特性表現およびその判断からなると見做せる。一方、非形式的な対象を直接形式的判断体系で処理することはできないと考えられるため、形式化は前者のみか両者に対して図られうる。従来のトラフィック理論を用いた評価は、前者のみの形式化に当たる。特性表現 $Char$ を、ある形式的体系で与えたとき、 $Char$ が形式上単純であれば、経験的判断処理に委ねられうる。ここで注意すべきは、評価過程が、対象の特性表現とその判断という2段階に分けられている点である。従って、特性表現 $Char$ には、対象に対する何らかの評価判断が既に含まれてはならない。このことは、少なくとも構成自由度 Σ 上定義される $Char: \Sigma \ni \sigma \mapsto Char(\sigma)$ が、この上で単射的となることを意味する。実際、非単射的であれば、異なる対象の特性や能力が同一視できることになるが、これは評価判断を含んでいる。従って、構成自由度 Σ が大きく拡大しつつあることを考慮すれば、形式的な特性表現 $Char(\sigma)$ が経験的判断処理可能な程度に単純であることは望むべくもない。こうして、輻轉特性の場合と全く同様な論理によって、判断の形式的体系を要することになる。これはまた、同様な論理によって、普遍性を備えた記述体系 $\mathcal{U}$ とその上の合理性の体系 $\mathcal{D}$ を求めることに帰せられる。

なお、実現自由度（4章）については、合理性の解明の過程での確な定式化が得られるべきものである。例えば、5章では $\mathcal{U}$ として、計算プロセスによる記述を取り上げ、具体例に対して実現自由度の定義を考察している。しかし、これは実現自由度を経験的に了解した時の定義である。定義対象も経験的に了解のしやすいプロトコルに限られる。従って、合理性との適合性は不明であり、特性表現として妥当性を論証することができない。

評価の困難を克服する我々が取るべき方策は、表現力に富む（即ち普遍的）体系 $\mathcal{U}$ 上の合理性体系 $\mathcal{D}$ である。そのような形式的体系は果たして有効に構成しうるのだろうか？ 計算プロセスによる接近（5章）も、対象に対する経験的理解や視点を少なからず前提とし、通信網やトラフィックシステムの合理性を解明する記述体系（形式的対象の体系）には距離があると考えられる。諸対象を、個別の知識や経験に（殆ど）依存せず、自然に形式化することが必要と考えられる。これには、計算プロセスを越える自然な概念・視点が必要であろう。言い換えれば、個別の多様な個性の

背後にある統一的な構造を抽出しなければならない。本稿では、かかる視点として期待できるものを一つ示唆する。

その視点とはコミュニケーションに他ならない。通信網にとって、この概念は本来機能の意味で極く自然である。しかも、コミュニケーションには、通信網との直接的な接点に全く留まらない、強力な普遍性が見いだせる。まず、通信を提供するか否かは問題とならない待ち行列をコミュニケーションモデルと見做すことができる。実際、ユーザ間のプロトコルを意味と解釈すればよい。また、我々は既に設計の過程に対して評価作用と構成作用からなるコミュニケーションモデル(1.1)を適用している。さらに、Turingの計算機械もコミュニケーションの構造を本質的にもつ。こうして、資源や効率に関わる諸対象は、コミュニケーションの表現をもつ。実際的にも、例えば、社会的諸システムは、物質と情報に基づく相互作用の(巨大な)コミュニケーションシステムと見做せる。重要なことは、かかるコミュニケーション表現において、個別系での能力的(自由度的)・資源的意味は、コミュニケーションの抽象的文脈に移っても保存される点である。このことは、コミュニケーションが、合理性の体系を構成する基礎として適切な抽象構造たりうる可能性を示唆している。

コミュニケーションは通信網を引き起こした。われわれは通信網の設計の問題から出発して、コミュニケーションに帰ってきたことになる。ここでひとまずの区切りとしたい。

CHAPTER 2

A bursty teletraffic flow with an intensity of zero

Let us show here that the dynamics in ordinary queueing models is too narrow to describe real teletraffic streams in highly flexible telecommunication networks. In other words, the ordinary queueing theory may describe a quite small range of performances in detail.

First of all, in Sections 2.1 and 2.2, we recall an experiment from [5] of simulating overflow traffic in a network whose development is in progress so as to incorporate extensive flexibility into future telecommunication services. Section 2.3 shows that there are self-similarities in measures of the overflow. In Section 2.4, based on the self-similarity observation, a mathematical model of the overflow is given by the Lévy dust, which is a stationarization of the range of a Lévy stable subordinator. Section 2.5 discusses the implication of the modeling. The overflow is shown to exhibit infinite intermittency, which implies that the ordinary measure of the traffic volume, namely, the traffic intensity is no longer available.

1. Statistical multiplexing in the ATM network

Here we describe the issue for which the experiment is made. The issue arises in developing statistical multiplexers in the networks based on a common framework called Asynchronous Transfer Mode. Let us begin with the ATM statistical multiplexer.

ATM has been given considerable attention as a key technology achieving integrated services on a common communication network (e.g., [6] and [7]). In an ATM network, communications between terminals are performed by transmitting a quite large number of data packets with a fixed length, where each packet is called a cell. Variable bit-rate codings (see [8] and [9]) has been proposed being applied to real-time ATM communications. This is because these codings produce intermittent cell streams with a high peak-to-mean ratio. Then individual communications between terminals are expected to efficiently share a common high-speed transmission line by a queueing function. This sharing method is often called statistical multiplexing (e.g., [10]).

Characterization of cell streams is necessary to design the statistical multiplexer. In fact, because each real-time communication service requires a short delay bound, the queueing function discards the cells that are delayed for more than the bound. Therefore, for each communication service request, the statistical multiplexer must make an accept or refuse decision so as to maintain the communication quality, which is called call admission control (see [11]). If there is a measure for cell streams through which the communication quality can be described, a reasonable call admission control can be given (e.g., [12]).

2. An experiment for characterizing video cell loss streams

For constructing a measure of communication quality, the following experiment is made with a video cell stream in [5]. Using the time series data of video cell generation as the input stream, a single server queue with several independent input streams is simulated on a computer to describe the statistical multiplexer. The time points of cell losses are

TABLE 1. The attributes of the statistical multiplexer data-driven simulation.

Model	single server queue with a finite buffer
Service time	53 byte /155.52 Mbit = 2.7×10^{-6} sec
Buffer size	10
Arrival process	superposition of 14 video cell streams
Video cell stream	
Source information	TV program (news)
Coding method	inter-frame coding with 30 frames/sec
Coded bit rate	mean: 6.4 Mbit/sec, peak: 13 Mbit/sec
Generated cell size	48 bytes (53 bytes in transmission)
Measured utilization of server	64 %
Measured loss probability	1.0%
Measured cell loss points	104 points in 7.3 sec

measured. In the experiment, each customer has a deterministic service time that corresponds to the cell transmission time required by a common transmission channel. Table 1 summarizes the experiment.

The inter-frame coding is explained as follows. A video consists of a time series of pictures. Each picture is called a frame. The inter-frame coding generates cells that contain of the difference information between consecutive frames. The number of cells generated between frames thus depends on the motion in the video.

Note the cut-off scales (e.g., [13]) for the data. The generated cell stream of an individual video channel is associated with a 33-mil sec. inner cut-off (the shortest meaningful time scale), whereas the superposed input flow with $\Delta \doteq 33/14 = 2.4$ mil-sec. inner cut-off. The outer cut-off (the longest meaningful time scale = observing time) of the overflow data is given as $T \doteq 7.3$ sec. The cut-off range of the data, with respect to $\log_{10} x$ is then given by $(-2.6, 0.9)$ with the length 3.5.

Fig. 1-(a) shows that the measured cell loss points $\{t_j\}_{1 \leq j \leq N}$ with $0 \leq t_{j-1} < t_j \leq T = 7.3$, $N = 104$ where each vertical line indicates when a cell loss occurred. The figure indicates that the cell loss process is strongly intermittent because there are a few very large intervals where no cell losses occurred. Fig.1-(b) magnifies Fig. 1-(a) in $0 \leq t < 0.9$ with the scaling factor $\rho = 8.1$

3. Self-similarities in measures of the cell loss data

Statistical measures of data with power laws are often called self-similar because the power laws signify that there are invariances with respect to some scale-translations (see [14]). We show that measures of the cell loss data exhibit this special property.

Self-similarity in the inter-cell-loss time distribution

Let μ be the measured inter-cell-loss time distribution defined by

$$\mu^*(0, x] = \frac{1}{N} \text{Card}(\{j | t_j - t_{j-1} \leq x\}), \quad \text{for } x \geq 0.$$

Here $\text{Card}(S)$ for a set S denotes the total number of elements in S . Fig. 2 shows the tail of the measured distribution μ . The power law (the Pareto-Zipf law; see, e.g., [13])

$$(3.1) \quad \mu(x, +\infty) \propto \frac{1}{x^{\alpha_m}}$$

can be seen in a $\log_{10} x$ -range $(-2.1, 0.4)$ with an index $\alpha_m \doteq 0.8$. The law (3.1) signifies that the mean intermittent time tends to the infinity.

Self-similarity in the power spectrum

Let $\{Z(t)\}_{T>t>0}$ be the counting function $Z(t) := \text{Max}\{j | t_j \leq t\}$. Fig. 3 shows the power spectrum (periodogram) $S(f)$ of the measured cell loss process defined by

$$(3.2) \quad S(f) := \frac{1}{T} \left| \int_0^T \exp^{-ft\sqrt{-1}} dZ(t) \right|^2$$

Because the data $\{t_j\}_{1 \leq j \leq N}$ is associated with the cut-offs (Δ, T) , the function $S(f)$ is meaningful in frequencies $1/(2\Delta) \gtrsim f \gtrsim 1/T$. Here we note that the Nyquist frequency of the data is given by $1/(2\Delta)$. Hence, the available frequencies of the spectrum are limited from 0.20Hz to 200Hz. The power spectrum exhibits a power law ($1/f$ fluctuation):

$$(3.3) \quad S(f) \propto \frac{1}{f^{\gamma_m}}$$

Here, the exponent γ seems very close to that of the inter-cell-loss tail α_m , namely,

$$(3.4) \quad 0 < \gamma_m \sim \alpha_m < 1$$

4. Modeling with the Lévy dust

Here we discuss mathematical modeling of the self-similar data stream characterized by (3.1)-(3.4).

Concerning physical errors in communication channels, [15], [16], and [17] coonsider the model with the self-similarities (3.1)-(3.4) that is free of outer cut-off T ; in other words the model exhibits similarities in $f \rightarrow 0$ direction. On the other hand, based on the spectral study given in [18], a local model with the similarities in $f \rightarrow +\infty$ direction can be given. The model which is free of both inner and outer cut-off is mentioned by [19] and called the Lévy dust in [14] because the model is based on the Lévy stable subordinator (e.g., [20]). However a complete mathematical construction seems to have been omitted for the Lévy dust. Here we construct the Lévy dust and show the self-similarities (3.1)-(3.4) on the basis of the Palm theory.

The Palm theory

Roughly speaking, the Lévy dust is given by stationarizing the range of the stable subordinator. Such stationarization was first developed by C. Palm to derive relationships between the equilibrium state of time and customers in queues for a class of point processes, whereas its generalizations have been extensively studied (see [21]). Here we recall the Palm theory for non-decreasing processes with stationary increments, which is essentially the same as the case of stationary point processes presented in [22].

Let $X = \{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ be a real-valued, non-decreasing, and right-continuous stochastic process with stationary increments on the real line $\mathbb{R}$. We assume X is continuous in probability and $X(0) = 0$. The random measure defined by the increments of X is denoted by dX . Consider the random measure $L_X dx$ defined as the X -image of the Lebesgue measure dx on $\mathbb{R}$. Namely, $\int_{\mathbb{R}} f L_X dx = \int_{\mathbb{R}} f(X(x)) dx$ for all non-negative measurable functions f on $\mathbb{R}$. In general, the random measure $L_X dx$ is no more stationary. To stationarize $L_X dx$, we consider the following definition. Let M denote the totality of non-negative and locally finite Borel measures on $\mathbb{R}$. Let $\{T_s\}_{s \in \mathbb{R}}$ be the flow on M defined by

$(T_s m)(B) := m(B + s)$ for all Borel subsets $B \subset \mathbb{R}$ and all $m \in M$. Let $\mathfrak{M}$ denote the Kolmogorov σ -field on M . For $\nu > 0$, define a σ -finite measure Q_ν on $(M, \mathfrak{M})$ by

$$(4.1) \quad \int_M \varphi(m) Q_\nu(dm) := E \int_0^{X(\nu)} \varphi(T_s L_X dx) ds$$

for all nonnegative measurable functions φ on $(M, \mathfrak{M})$. The measure Q_ν is finite if and only if $EX(\nu) < +\infty$. The stationarity in dX implies that of Q_ν . Namely, Q_ν is invariant under the flow $\{T_s\}_{s \in \mathbb{R}}$. The stationarity in dX also implies $Q_\nu = \nu Q_1$ for all $\nu > 0$. Therefore, measures Q_ν with $\nu > 0$ will be identified with each other.

In queueing theory, the process X is usually defined on the integers Z expressing arrival times of customers. The equation (4.1) is called the inversion formula whereas the probability law of $L_X dx$ corresponds to the Palm distribution ([22]).

The ergodicity of Q_ν follows from that of the increments dX . The following ergodic property characterizes the equation (4.1), which is essentially the same as (1.3.18) of Theorem 1.3.12 in [22]:

PROPOSITION 4.1. *If the random measure dX is ergodic,*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{m(o, t]} \int_0^t \varphi(T_s m) m(ds) = E\varphi(L_X dx) \quad \text{for } Q_\nu\text{-a.e. } m \in M,$$

for all non-negative measurable function φ on $(M, \mathfrak{M})$, and all $\nu > 0$.

The Lévy dust and its self-similarity

DEFINITION 4.1. Assume that $X = \{X(t)\}_{t \in \mathbb{R}}$ is a stable subordinator. Namely, X is a non-decreasing stochastic process with stationary and independent increments and with the Lévy measure $\sigma x^{-1-\alpha} dx|_{(0, +\infty)}$ for some $1 > \alpha > 0$, $\sigma > 0$. The equivalence class of the invariant measures $\{Q_\nu\}_{\nu > 0}$ defined by (4.1) is called the Lévy dust associated with X .

By definition, the Lévy dust is a totally infinite *stationary* random measure. Let us show a *self-similarity* in the Lévy dust. For $r, H > 0$, let $R_{(H,r)}$ denote the renormalization on M defined by $(R_{(H,r)} m)(B) := r^{-H} m(rB)$ for all Borel subsets $B \subset \mathbb{R}$. The same symbol is also used for the renormalization of the process X as $(R_{(H,r)} X)(t) := r^{-H} X(rt)$ for all $t \in \mathbb{R}$. The self-similarity in the stable subordinator $R_{(1/\alpha, r)} X =_d X$ implies the following self-similarity. Here $=_d$ denotes the equivalence in the probability laws.

PROPOSITION 4.2. *The Lévy dust $\{Q_\nu\}_{\nu > 0}$ associated with a stable subordinator X with a characteristic exponent α is invariant under the renormalizations $\{R_{(\alpha, r)}\}_{r > 0}$.*

(We ommitte the proof.)

Self-similarities in the measures of the Lévy dust

Below we show that the self-similarities (3.1)-(3.4) will be observed if we measure the Lévy dust in a natural manner.

Consider a point data $\{t_j\}_{1 \leq j \leq N}$ given by a coarse graining of a sample Lévy dust with a Lévy measure $\sigma x^{-1-\alpha} dx|_{(0, +\infty)}$. The inner-cut-off is assumed to be Δ . The characteristic exponent is chosen to be $\alpha = \alpha_m$.

The Pareto-Zipf law (3.1) can be explained as follows. For large N , Proposition 4.1 implies,

$$\text{Card}(\{j | t_j - t_{j-1} \leq x\}) \sim EN_X[(0, 1] \times (\Delta, x]]$$

for $x > \Delta$, where $N_X[(0, a] \times (b, c]] := \text{Card}(\{0 < t \leq a | b < X(t) - X(t-0) \leq c\})$ for $a, b, c > 0$ with $c > b$. The Lévy-Ito decomposition (e.g., see [20]) implies

$$E_N X[(0, 1] \times (b, c]] = \sigma \int_a^b x^{-1-\alpha} dx,$$

which yields (3.1).

Proposition 4.1 also implies, in the sense of generalized functions,

(4.2)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{m(0, t]} \left| \int_0^t \exp^{-fs\sqrt{-1}} m(ds) \right|^2 = E \int_{\mathbb{R}} \exp^{-fs\sqrt{-1}} L_X ds = E \int_{\mathbb{R}} \exp^{-fX(s)\sqrt{-1}} ds$$

for Q_ν -a.e. $m \in M$, which is a version of the Wiener-Khinchin theorem (see, e.g., [23] and [24]). The self-similarity of the power spectrum (3.3) with (3.4) directly follows from (4.2) and the self-similarity of X .

REMARK 4.1. The increments dX are not necessarily independent for the arguments above. In fact, Proposition 4.2 and the spectral self-similarity are valid if X is a non-decreasing self-similar process with stationary increments whereas the Pareto-Zipf law may require pure-jump samples in addition. Therefore the Lévy dust is just a typical example.

5. Infinite intermittency and its implications

So far, we have described a teletraffic stream measured in an experiment. Based on self-similarity, we have given a mathematical modeling of the measured stream. Let us note here how complex the stream is in view of ordinary performance evaluation. In conclusion, we will claim that complex dynamical aspects may play an essential role in developing the foundation of highly flexible sharing systems as well as in reviving teletraffic engineering. Infinite intermittency

In the last section, we showed that the measured teletraffic stream can be modeled on the basis of a nondecreasing self-similar process X . In this model, the total volume of the statistical law diverges. Namely, $Q_\nu(M) = +\infty$. In fact, (3.1) implies $EX(\nu) = +\infty$ for all $\nu > 0$. More generally, $EX(\nu) = +\infty$ holds for all non-trivial nondecreasing self-similar processes X with stationary increments, which can be shown from the results in [25]. The divergence $EX(\nu) = +\infty$ corresponds to the infinite mean length of individual intermittences, which is called infinite intermittency by [19]. Thus, the measured teletraffic stream exhibit the infinite intermittency for which the statistical law is not a probability measure. In other words, the dynamics of the measured stream may be too variable to allow a finite invariant measure.

Dynamics in the ordinary queueing theory

Of course, ordinary queueing theory has paid much attention to variability in traffic streams. However, the attention goes no further than tracing non-Poissonian streams by increasing the number of moments that can be set independently. Here such moments are variances and correlations of basic random variables in traffic streams. In other words, it has been tacitly assumed that the traffic streams can be characterized by a number of these moments.

Concerning complex traffic streams, [26] reported that a car traffic stream in an expressway exhibits a spectral self-similarity. However, attention was not paid by teletraffic engineers because there is little connection between car traffic and telecommunications networks. Very recently, [27] and [28] have shown that traffic streams in a local area network

exhibit a self-similarity. The self-similarity reported there may be called second-order. In fact, [28] notes that the measured streams exhibit divergent variances in inter-occurrence times, whereas the mean traffic intensities are well-defined. Hence, at least we may define the scale of the traffic volume.

On the other hand, the traffic stream characterized as (3.1)-(3.4) may be said to exhibit first-order self-similarity. For this traffic stream, we cannot apply the traffic intensity to measuring the volume scale. Therefore the scale designs, as well as the control design, are also impossible for this stream on the basis of ordinary queueing theory. Hence, this traffic stream is a counter example of current teletraffic engineering.

Complex dynamical aspects

The infinitely intermittent stream provide us with interesting viewpoints for the new foundation of sharing systems as well as a counter example.

Firstly, complex dynamics like infinitely intermittent streams may be essentially concerned with high flexibility. For example, variety and emergency of services require complex specifications, such as the hierarchical protocol suite, whereas the specifications control the dynamics in sharing systems under various scales of time and space. If the dynamics allowed in the systems is limited to a narrow range, such complex controls seem useless and hence the variety and emergency are not incorporated into the systems.

The reason for the weakness of ordinary performance evaluation may be given in this point of view. Namely, effective performance measure as well as concepts and principles for highly flexible systems might have been originally characterized based on a large variety of complex dynamics. Ordinary evaluation, however, tries to obtain performance characterizations by studying a narrow range of dynamics in detail. For example, detailed dynamical characteristics will rapidly change depending on temporary situations. Therefore the detailed characteristics based a narrow range of dynamics cannot provide us with the performance characterization of systems under development.

Consequently, the performance theory of highly flexible sharing systems seems necessarily to be constructed on a large variety of complex dynamics. To demonstrate the role of the complex dynamics, the following chapter discusses the scale merit, which is one of the most important ordinary principles in sharing systems.

CHAPTER 3

高変動ランダムサーバ待ち行列のスケールアップ則

スケールメリットは共用システムの基本的な性質として知られている。実際、標準的な待ち行列モデルでは、待ち時間や呼量呼損率がシステム統合に伴って改善する。これは、輻輳の発生が揺らぎに基づく一方で、重畳に伴って揺らぎが減少すること（ガウス分布のスケール則）に基づいている。

一方、独立同一分布の和に関する極限定理の立場からは、従来の待ち行列で取り扱われる確率分布は特別なものであり、一般の確率分布は独立和に対して異なるスケール則を満たしうることが知られている。本検討では複雑化に対処する立場から、一般の確率分布を伴う単一サーバ待ち行列を考察し、スケールアップ則を導いている。これによってスケールメリット・デメリットの双方が考えられうることが示される。

1. まえがき

通信サービスでは、システムの大規模化やサービスの多様化を反映し、従来のモデルでは表現しにくい複雑なトラフィック流が測定により報告されつつある（[32, 37, 31]）。得られた統計量は、スケールに対してべき関数的に振る舞い、フラクタルの傾向を示している。本検討では、理想化されたフラクタルの確率過程と考えられる自己相似過程を、トラフィック発生モデルとして設定する。自己相似トラフィック流は強いゆらぎを持ち、定常性の下でトラフィック密度が発散するため、従来の評価は考えにくい。そこで、スケールメリットに着目して有限容量モデルの溢れを分析する。また、無限バッファ容量モデルの爆発に対処するため、ランダムサーバを導入し、安定条件とスケールメリットを考察する。

2. 自己相似確率過程

自己相似過程は、特別な場合を除いて長時間の相関や強い変動を伴う確率過程のクラスであり、確率論では極限定理の極限過程として現われる[34]。実数値確率過程 $\{L(t)\}$ ($L(0) = 0$) は、ある正数 H が存在して、任意の $c > 0$ に対して、

$$\{L(ct)\} \sim \{c^H L(t)\} \quad (\sim \text{は確率過程として同一であること (法則同値)})$$

が成立するとき、自己相似 (self-similar) であると言われる[30]。本稿では、 H を相似性指数と呼ぶ。定常増分 (stationary increments) をもつ $(\{L(t+s) - L(s)\}_t)$ の確率法則が s に依存しない自己相似過程は、ss-si過程と呼ばれる。標準Brown運動はss-si過程であるが、これ以外のss-si過程は、逆べき型の自己相関関数または分散発散の増分を伴うことが知られている[34]。また、独立増分を持つ場合、有限次元周辺分布はLévyの狭義安定分布 (n 個の重畳がスケール変換 $n^{1/\alpha}$ で置き換えられる分布、 α は (相似性) 指数と呼ばれる定数で $0 < \alpha \leq 2$ [36]) であり、所謂Lévy安定過程である。Lévy安定過程は安定運動 (stable motion) と呼ばれ、任意の有限次元周辺分布が同一指数の狭義安定分布となる確率過程が単に安定過程と呼ばれる傾向[34]にあり、本稿もこれに従う。

本検討では、入力トラフィック流モデルとしてss-si過程を考える。トラフィックの正值性を反映させ、単調性: $L(t) \leq L(s)$ if $t \leq s$ を要請する。このとき次が成立し[34]、通常、発生量の平均は発散する:

LEMMA 2.1. 単調なss-si過程 $\{L(t)\}$ が有限な平均を持てば $L(t) = tL(1)$ (a.s.) である。

COROLLARY 2.2. エルゴートので単調な $ss-si$ 過程の相似性指数は,

$$H \geq 1$$

を満たす.

REMARK 2.1. トラヒック流が, 自明でない自己相似確率過程であるとき, 発生量の時間平均は, 時間増大に伴い無限大に発散していく. 一方, Fowler や Leland らによる Ethernet LAN に関する最近の研究結果[32, 31]ではトラヒック流の(時間軸上の)相関構造が自己相似であることを主張されている. これは, 2次(以上)の構造の自己相似性であって, トラヒック流そのものの自己相似性(一次の自己相似性)ではない. 従って[31]において用いられる自己相似確率過程は, 単調性を持たず, トラヒック密度の発散は問題とされておらず, $H \geq 1$ でもない. また, 動画セル流の測定結果[37]では, トラヒック流そのものの自己相似性を示しているが, $H < 1$ である. 即ち, セル損失間隔の平均は発散傾向にあって, トラヒック発生量の時間平均が消滅する傾向にあり, 定常確率過程モデルは(無限時間で外挿した理想モデルとして)適合しない. 実際, Mandelbrot[35]は, 発生量の平均が0に消滅していく場合のモデルとして, 確率性(即ち標本空間測度の有限性)を放棄した測度論的モデル(突発過程と呼んでいる)を考案し, 通信路エラー等のモデルとして提案している. このように, 本検討で扱っている単調増加自己相似定常確率過程という設定が, 実際の測定によって支持されているわけではない. 本検討では, 定常確率確率過程, 即ち時間移動に対して不変な有限測度を伴う範囲内で, 強い揺らぎを伴う簡明な状況(一次の自己相似性)を考察することを目的としている.

以下では, 自明でない場合を考えるため, $L(t) \neq tL(1)$ (a.s.)とする.

3. 単一サーバ待ち行列のスケールアップ

トラヒック量をモーメントによって定量化できないため, 通常の輻輳特性評価はできないが, スケールメリットを考察することはできる. 単一サーバ待ち行列のスケールアップを定義する. 単一サーバ待ち行列 Σ は以下で特徴付けられるものとする:

$$(3.1) \quad \Sigma := (\{L(t)\}, b).$$

$\{L(t)\}$ は, 非減少定常増分確率過程である. $L(t) - L(s)$, $t > s$, は, 時間区間 $(s, t]$ に発生した仕事量をサーバの処理速度で割ったもので, 時間の次元をもつ. 仕事量の処理(サーバ・バッファへの取り込み)の最小単位は十分小さいとし, バッファ容量は正とする. $+\infty \geq b > 0$ は, バッファの容量をサーバの処理速度で割ったもので時間の次元をもつ.

システム Σ の独立なコピーを n 個用意し, これらを統合してスケールアップしたシステム $\Sigma^{[n]}$ を考える. サーバは結合によって n 倍の速度を得るとしよう. また, 発生する仕事量は重畳されるとする. $\{L(t)\}$ の独立なコピーを $\{L_1(t)\}, \dots, \{L_n(t)\}$ とすると

$$(3.2) \quad \Sigma^{[n]} = (\{(L_1(t) + \dots + L_n(t))/n\}, b)$$

である.

大きな n に対しての漸近的な性質を考える. ランダムベクトル(有限次元)の和に対する極限定理と同様の結果を過程 $\{L(t)\}$ (無限次元)に対して仮定する. 即ち, 定常増分をもつ指数 α ($0 < \alpha \leq 2$) の安定過程 M が存在して

$$(3.3) \quad L_1 + \dots + L_n = \sigma(n)n^{1/\alpha}M + o(n^{1/\alpha}), \quad \text{for large } n,$$

が成立するとする. ここで $\sigma(n)$ は, slowly varying function (σ は実軸上定義された正数値可測関数であって, 任意の $c > 0$ に対して $\sigma(cx)/\sigma(x) \rightarrow 1$, as $x \rightarrow +\infty$ を満たす).

$\{L(t)\}$ が単調, 自己相似であることを反映して M も単調, 自己相似となる. また単調性と $L(t) \neq tL(1)$ から, $0 < \alpha < 1$ となる. (また $H \leq 1/\alpha$ でもある[Mae]). 従って,

$$\Sigma^{[n]} = (\{(\sigma(n)n^{1/\alpha-1}M(t) + o(n^{1/\alpha-1}))\}, b),$$

for large n with $0 < \alpha < 1$ である.

REMARK 3.1. 本節の議論は、通常のトラヒック流、即ち $\{L(t)\}$ が定常増分単調増加過程で、 $L(t)$ が有限な平均を持つ場合にも適用できる. この時は、 $\alpha = 1$ で、 $M(t) = tE[L(1)]$ となる点である (ここに $E[\bullet]$ は平均を意味する).

4. 有限容量モデルのスケール則

Lemma 2.1 により、自明でないss-si過程は、トラヒック密度が発散するので、無限容量待ち行列は無限時間後に爆発する. そこで、まず有限容量モデルを考える. (3.1) から、微小時間当たりの発生量は n の増大に伴って平均密度に近づいていく (大数の法則). 通常の平均をもつトラヒック流の場合、溢れ (標本路) は $\text{Max}\{E[L(1)] - 1, 0\}$ に、減少的に収束し、スケールメリットがあった. 一方、自己相似入力の場合、平均量が発散する. 従って、単位時間での溢れ量も無限大へ発散していくため、スケールアップは溢れを増大させることがわかる. 定量的には、 b が大きいとき、 Σ における単位時間当たりの溢れが

$$\sup\{L(s) - s : 0 < s \leq 1\}$$

で近似できることから、 $\Sigma^{[n]}$ からの溢れは、

$$\begin{aligned} & \sup\{\sigma(n)n^{1/\alpha-1}M(s) - s : 0 < s \leq 1\} \\ &= \sigma(n)n^{1/\alpha-1} \sup\{M(s) - n^{1-1/\alpha}s : 0 < s \leq 1\} \\ &\sim \sigma(n)n^{1/\alpha-1}(M(1) - M(0)) \quad \text{for large } n, \end{aligned}$$

という漸近式を満たすこととなる. これから、溢れは $n^{1/\alpha-1}$ に従うデメリットを生ずることがわかる.

5. 自己相似ランダムサーバモデル

前節で得られたスケールデメリットは、トラヒック密度の発散に基づいたものである. トラヒック密度の発散は、単位時間に発生可能な仕事の最大量が十分に大きいことを前提としている. 一方、処理系に対しては、一定の能力を明確に設定している. これが、無限バッファ容量の場合にモデルの爆発を導いている. これは、実際のシステムに当て嵌めるとき、かなり特殊な状況 (例えば、過負荷状態) にあるものと考えられる. 従って、前節のスケールアップデメリットは、なんら深刻な事態を引き起こさないと考えられる. そこで、本節では、無限容量で安定な待ち行列を考える. 即ち、サーバに対しても仕事量発生と同様な非有界な処理能力を設定する. 例えば、サーバが仮想的に大量の処理系と接続しており、適宜処理能力を呼びだしてランダムに能力が変化するが、最大能力が極めて大きい処理系を考える.

以下では、自己相似的なランダムサーバをもつ単一サーバ、無限バッファ容量を持つ待ち行列を設定し、安定条件とスケールメリットを考察する. 新しい待ち行列は、(3.1)に替えて、サーバの処理能力を表すss-si単調増加過程 $\{S(t)\}$ を導入した組み合わせ:

$$\Lambda := (\{L(t)\}, \{S(t)\})$$

, で表される. 発生した仕事の量や、サーバの処理能力は系外の標準サーバを基準としてきめる. とくに $S(t) - S(s)$ は時間区間 $(s, t]$ の間にサーバが処理可能な仕事量を表す. $\{L(t)\}$ と $\{S(t)\}$ の独立性は仮定しない. 簡単のため、系は時間に関してエルゴートの的であるとする.

時刻 $u < 0$ に立ち上がったシステムの時刻 0 におけるバッファ内仕事量は

$$U_u = \sup\{S(s) - L(s) : u \leq s \leq 0\}$$

で与えられる.

安定条件

$\{L(t)\}$ と $\{S(t)\}$ の相似性定数を, それぞれ, H_L, H_S とする.

PROPOSITION 5.1. $H_L < H_S$ ならば, $\{U_u : u < 0\}$ は, ほとんど確実に有界である.

この命題は, 相似性定数が H である単調な ss-si 過程 $\{X(t)\}$ の標本路が, 大きな t に対して $X(t) \sim \sigma(t)t^H$ ($\sigma(t)$ は適当な slowly varying function) であることから直ちに示される.

スケール則

Proposition 5.1 の安定条件を満たす系 Λ の n 倍スケールアップを考える. 前節と同様に, 独立なコピーを n 個用意し, 発生トラヒックと処理能力は重量で与えられるとする. (3.3) の漸近性を導入し, $\{L(t)\}$ と $\{S(t)\}$ に対応する ss-si 安定過程とその指数をそれぞれ, $(\{M_L(t)\}, \alpha_L)$ と $(\{M_S(t)\}, \alpha_S)$ とする. (3.3) より, n が十分大きいとき, 加えられた処理能力は n^{1/α_S} 倍される.

「遅延時間」で評価するために, 発生量やバッファ内仕事量を測る標準サーバの速度を n^{1/α_S} 倍する. 従って n 倍スケールアップされた系 $\Lambda^{[n]}$ は, 漸近的に

$$\Lambda^{[n]} = (\{\sigma(n)n^{1/\alpha_L-1/\alpha_S}M_L(t) + o(n^{1/\alpha_L-1/\alpha_S})\}, \{M_S(t)\})$$

で与えられる.

THEOREM 5.2. 無限時間稼働した系 $\Lambda^{[n]}$ のバッファ内仕事量 $U^{[n]}$ は, スケール則

$$(5.1) \quad \begin{aligned} U^{[n]} &= \sigma(n)n^{-\gamma}U[1] \\ \gamma &:= (1/\alpha_S - 1/\alpha_L)H_S/(H_S - H_L) \end{aligned}$$

に従う. ここで, σ は適当な slowly varying function である.

これから, 随伴する安定過程の指数によって, スケールアップはメリットとデメリット双方を生じうる可能性がわかる. また, 通常の $M/G/1$ では $\gamma = 1$ が成立しているのに対し, 本モデルでは, 任意の実数を取りうると考えられる.

EXAMPLE 5.1. スケールアップメリットとデメリット双方を導く ss-si 単調増加過程が実際に存在する例を考える. (5.1) から, $H \neq 1/\alpha$ (従って $H < 1/\alpha$) となる ss-si 単調増加安定過程の存在を示せばよい. このような例の存在は, Kesten と Spitzer の自己相似過程を用いて示される.

Kesten-Spitzer の自己相似過程 [33]: $0 < \alpha \leq 2, 1 < \beta \leq 2$, とし, 指数 α, β をもつ安定運動 (Lévy 安定過程 [36]) $\{\xi_\alpha(t)\}, \{\zeta_\beta(t)\}$ を考える. $\ell(t, x), (t > 0, -\infty < x < +\infty)$ を x における $\{\zeta_\beta(t)\}$ の局所時間 [29] とする. $\ell(t, x)$ は t に関して単調増加連続である. $\{\xi_\alpha^+(t)\}, \{\xi_\alpha^-(t)\}$ を $\{\xi_\alpha(t)\}$ の独立なコピーとし, $\{\zeta_\beta(t)\}$, 従って, $\{\ell(t, x)\}$ と独立とする. 確率過程 $\{K_{(\alpha, \beta)}(t)\}$ を

$$K_{(\alpha, \beta)}(t) := \int_0^{+\infty} \ell(t, x) d\xi_\alpha^+(x) + \int_0^{+\infty} \ell(t, x) d\xi_\alpha^-(x)$$

で定義すると, $\{K_{(\alpha, \beta)}(t)\}$ は ss-si 過程であり, 相似性の定数 H が,

$$(5.2) \quad H = 1 - \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha\beta}$$

で与えられる [33].

ここで, $0 < \alpha < 1$ とし, $\{\xi_\alpha(t)\}$ を単調増加過程ととれば, $\{K_{(\alpha, \beta)}(t)\}$ は ss-si 単調増加過程であり, 有限次元周辺分布は指数 α の安定分布となる. これから $L = \{K_{(\alpha, \beta)}(t)\}$ に随伴して (3.3) によって定まる (厳密には正規化に必要な $\sigma(n)$ が各有限次元周辺分布に共通に取れることと, $(L_1 + \dots + L_n)/\sigma(n)n^{1/\alpha}$ が定める確率測度の列が tight であることを確認して定まる) M は, 指数 α をもつ ss-si 単調増加安定過程となる. また (5.2) と $\alpha < 1 < \beta$ より $H \neq 1/\alpha$ がわかる.

6. まとめ

自己相似なトラフィック流とサーバから構成される待ち行列のスケール則を考察した。強いゆらぎを伴う場合、多様なデメリット・メリットの出現が形式的には可能である。また十分に規模のある資源の部分に着目するとき、ランダムサーバモデルの適用は十分考えられる。このような場合、輻輳論的には統合のメリットは微妙であることになる。このことは、経験的に我々が問題としたい網の能力を、必ずしも表現していないことを示唆している。次章ではこの問題を論じる。

CHAPTER 4

輻輳概念の意味論的限定性 — 実現自由度の視点 —

システム性能評価が直面している複雑化の困難克服を目的に、性能評価の理論に対して意味論的な分析を試みる。まず、評価において意味の視点が本質的であることを注意する。次に、輻輳概念の意味論的限定性を指摘する。更に、これに代わって網発達を捉え、複雑性の解明を期待しうる視点として、‘実現自由度’（可能な実現の自由性）を非形式的に導入する。システムの実現自由度の構造を概念分析し、輻輳と相補的な役割を果たす要素として、仮想性に注意する。また、多重アクセス系における資源割当制御を、能力拡大として表現する。さらに、仮想性が複雑性と関連して生ずることを注意する。

1. はじめに

待ち行列と通信網が密接な関係にあることは、議論を待たないだろう。待ち行列は、網の輻輳を評価し適切な設備量・収容規模（容量）を算出する枠組みとして考案され、その後、網の様々な局面で用いられてきた。待ち行列を基にした技術の体系はトラヒック工学と呼ばれる。一方、情報処理技術の発達を背景に、網は発達を続けている。システムの構造（処理機構）やトラヒック流は複雑化し、待ち行列の適用において、複雑さ困難さは拡大を続けている。

複雑化は様々な工夫を促してきた。実際、記述の整理・モデルの単純化・近似の導入・シミュレーション速度の向上・評価支援ツールの開発・予測効率の向上等、多くの検討の基本的な動機である。最近では、複雑化をトラヒック工学の重大な困難と位置づけ、モデル化・測定・評価といった手順の見直しを提案する検討もなされている[44]。これらは具体的な問題を解決する上で、重要な役割を果たす。

複雑化に対する従来の立場は、生じてきた複雑化に如何に対処するかというものである。即ち、複雑性は、適用対象に与えられている属性であり、トラヒック工学・待ち行列理論にとって、外部条件として扱われる。一方、拡大し続けている複雑化は、外部条件という、複雑性と性能評価の関係自身に、根本的な問題を提示・示唆していると考えられる。まず、トラヒック流の複雑化は著しく、待ち行列の理論的基礎にかかわるものが見いだされつつあり、複雑性は十分に深いレベルになりつつある。例えば、筆者らが出会ったトラヒック流は、トラヒック強度が0でかつ強いバースト性を伴う成分を含んでいた[42]。この場合、トラヒック強度が輻輳規模を支配しないだけでなく、資源量（回線速度）による輻輳規模の調整が利きにくい。また、輻輳規模の特徴付けが困難となってくる。従って、複雑性を外部条件としたまま、存在保証の無い対処法を捜し求めることは得策ではない。複雑性の背景・意味を探ってこれを枠組み内部に取り込み、問題の性質自身を明らかにすべき段階であろう。

さらに注目すべきことは、複雑性の拡大が網・システムの発達に伴っているという事実である。これは、網を含めたシステムの能力に深く関与する（べきと筆者は考えているところの）待ち行列の理論にとって、重要な問題を示唆している。実際、網は社会の潜在的・顕在的要請に応じて変化し、その上で、多様な通信サービスが開発されていく。この発達過程が複雑性を拡大させている。一方で、網の発達は、網の何らかの能力が拡大する過程と考えるべきだろう。例えば、発達過程は、トラヒックを維持または拡大しようとする過程とも観察される。これは、設備を効果的に利用する工夫である網にとって、その生命線の維持・拡大とも見做せる。従って、複雑性は網の本質的な能力と深く関わりあっていると考えられる。システムの能力を捉える理論であれば、複雑性は、網の本質との関連で説明・分析されるべき特性であろう。適用の現状とはいえ、複雑性が常に対処すべき外部条件として扱われることは、能力評価の理論として問題であろう。

複雑性は、主題と深く関わる要素として、システムの性能を論じる理論内部に取り込まれることが望ましい。また、かかる理論でなければ、網の発達などシステムの本質的な部分が捉えられない。一方、従来の待ち行列理論は輻輳特性を主題とし（輻輳論）、トラヒック工学もこれに基づく。複雑性を外部条件とする現状は、輻輳論のみで網の能力を捉えることが困難なことを示唆している。

本章では、このような観点から、複雑性の克服と網の能力の構造解明のための、性能評価の理論における主題の問題を論ずる。2節では、網発達の視点から、従来の主題である輻輳論の問題点・背景を分析し、積極的な性能理論の必要性を指摘する。3節では、輻輳論に代わるべき主題を求めて網発達を分析し、網発達が自由性の拡大と捉えられることを注意する。4節では、網の能力を決定している構造を、可能な実現の自由性（‘可能性’）と捉え、その形式を抽出する。可能性による能力決定の例として、通信路、逐次計算機、貨幣を挙げる。5節では、通信網の可能性の一般的構造を分析し、網の能力が仮想性と輻輳の成分からなることを注意する。6節では、可能性の視点に基づき、網の変化等のメリットを考察する。網拡大と多重アクセス制御のメリットを表現する。また、仮想性が複雑性を伴いうることを指摘し、複雑化と性能の関係に対して、基本的な視点を与える。

2. 輻輳論の限界と積極的な性能理論の必要性

複雑性を外部条件とする現状は、性能理論としての輻輳論の限界を示唆している。そこで本節では、性能理論としての輻輳論自身の能力を吟味し、網発達の諸相を説明することが困難である事を示す。また、輻輳論成立の背景に注意し、網の能力に対する積極的な性能論の必要性を指摘する。

2.1. ある性能理論の‘能力’。複雑化を含む含まざるに関わらず、網の変化に伴って、網の何らかの能力が拡大するとしよう。ある性能理論がこの能力を捉えていれば、この性能理論によって、この変化のもたらすメリットが示されなければならない。従って、ある性能理論の能力は、可能なメリット記述によって限界が定まっている。無論、網の能力とは何かが解かっていないので、最初の仮定は明示的には適用できない。そこで、ここでは、出発点として、「網発達の諸相は、網のなんらかの能力拡大を含む」と仮定しよう。即ち、輻輳論の能力を、網発達の諸相をメリットとしてどれだけ捉えうるかで吟味しよう。

2.2. 輻輳論的メリット論。待ち行列理論の主題は、輻輳の特性を論じることにある。即ち、ある輻輳の尺度が、待ち行列の処理機構・トラヒック流の構造にどのように依存しているかを明らかにすることである。この過程が輻輳特性評価（輻輳論）である。トラヒック工学の基礎を与えているのは、輻輳論に他ならない。まず、輻輳論のみで可能なメリットの議論は、輻輳規模の比較に他ならない。これを示そう。

メリットの言明 A は、システムの構造 s に対して、 s の輻輳特性 $Q(s)$ を通して、 s のある変化 $s_1 \rightarrow s_2$ のメリットを言明したものである。従って A は $\text{good if } G(Q(s_1), Q(s_2))$ という形式をとる。輻輳論は $Q(s)$ の構造を問題とする。条件 G は、輻輳特性 $Q(s)$ で関係が記述される指標を用いた比較関係と仮定できよう。一方、指標の中で輻輳論の範囲内でシステムの優劣を表現できると考えて良いものは、輻輳の規模に関する尺度、資源量、入力トラヒックに限られよう。例えば、複雑な輻輳の尺度は輻輳論の範囲では認められない。即ち、輻輳の規模に関する規定であれば、輻輳論が本来伴う尺度として認められようが、分散等の高次統計量や緩和時間などの動的な特性量は輻輳論が最初から伴っている比較尺度とは考えられない。高次元量を輻輳論の範囲内で持ち出せるのは、 $Q(s)$ を通じて、原始的な尺度しか含まない G に帰着できるときに限られる。こうして、輻輳論によって可能なメリットの言明 A は、輻輳規模・資源量・入力トラヒックの関係を用いた比較の言明に帰着できる。ここで、輻輳規模の特定の値には輻輳論のみでは意味がつかないので、条件 G 内で、輻輳規模の値は（ $\forall$ で束縛された）変数である。これを用いれば、 G は輻輳規模の比較の言明に帰着できる。

2.3. 輻輳論的メリットの限界。輻輳規模のみによってシステムの変化・工夫のメリットを論じることが適切でない場合は多い。例えば、優先処理や資源割当制御の導入理由は説明できない。また、複雑化の要因として、しばしば考えられる大規模化も、輻輳規模のみの説明では限界がある。

大規模化を輻輳のスケールメリットで説明することもあるが、網拡大によって生じる通信相手の拡大（通信の生成）はより基本的なメリットであり、輻輳論で論じる性質のものではない。

2.4. デメリット分析としての輻輳論. 輻輳論は、網発達の説明として、殆ど機能しない事が解かった。システム性能評価の理論的基礎でありながら、機能しないのは何故だろうか。この疑問は、輻輳論の成立に遡ることで解消される。実際、輻輳論の発生を分析すれば、輻輳論が網のデメリットに焦点を合わせた理論であることがわかる。これを注意しよう。はじめに述べたように、輻輳論は網の構築上生じた問題の解決にあたるために考案された。そこでは、網そのものは先に決まってい、網のメリットは輻輳論より以前に存在したはずである。そのメリットを実現する上で生じた困難を解決するために輻輳論は作り出された。従って、輻輳論によって導入される技術が有効に問題を解決する限り、網の機能の本質に立ち入る必要がなかった。従って、網の発達など網のメリットを拡大する過程自身を輻輳論で説明できなくとも、奇妙ではない。

2.5. 積極的なシステム性能論の必要性. 輻輳論が網のデメリットの理論であるのに対し、網が輻輳論に従属しないメリットを持つ。実際、これは、前述の網拡大の例から明らかである。従って、網発達のメリットを捉え、複雑性を外部条件から理論内部にとりこむには、デメリットの理論である輻輳論に代わって、メリットの理論、即ち、システムを積極的に捉える性能理論が必要である。

3. 自由度拡大としての網発達

複雑化を克服し、網の能力の構造を理解するには、システム・網を積極的に捉える性能理論が必要である。では、それは、どのようなものであろうか。網形成・網発達の内容を吟味することで、輻輳論に代わる主題の手掛かりが得られるだろう。本節では、網形成・網発達の要点が自由性にあることを注意する。

3.1. 通信網. 通信は、相異なる複数のプロセスを前提とする。通信の普遍性は、このようなプロセスが豊富にあることに基づく。一方、多数のプロセスがあつて、各通信のコストが無視できないとき、通信の集合体を処理する効果的な仕組み・工夫を要する。これが通信網である。通信網Netは、時間的空間的に分布する多数の可能な通信の‘集合’ C （厳密ではない）、通信回線・交換機構・端末などの設備・機構 s からなる： $\text{Net} = (C, s)$ 。公衆網を考える場合、社会との接点である課金構造を無視できない。この場合、課金構造は網が提供可能な通信の仕様として各々の可能な通信に付随するとし、 C に含まれるとする。

3.2. 網の形成・発達. 網の形成は、各設備の原始的能力のみが提供する機能を飛躍的に拡大させることにある。実際、電話網は通信回線を刻んでスイッチを導入し、通話の空間的（相手）および時間的な限定性（間欠性）に基づき、同規模回線資源量 $(|s|)$ によって可能な通話の空間を $|s|^2$ オーダーへ拡大している。これは柔軟化による C の拡大である。

網の発達は、 s の構造の変化 $(s_1 \rightarrow s_2)$ が、 C の飛躍的拡大をもたらすものであると考えられる。例えば、大規模化 $(s_1, s_2, \dots, s_k) \rightarrow s_1 \cup s_2 \cup \dots \cup s_k$ は、 C を k^2 オーダーで拡大させる。一方、デジタル化が網に対して与えた期待は、メディア間での流用を拡大すること（統合化）で、 s によって提供できる通信の空間 C を加法的に拡大するものである。パケット化は、資源消費単位の粒度を微細化し、通信資源を流動化させた。流動化は、計算機間通信における情報転送の間欠性に基づいて、多彩な通信形態可能に C を質的に拡大した。セル化(ATM)は、実時間のスイッチングにより通信資源の流動性を向上させ、 C の更なる飛躍的拡大を狙っていると言える。

3.3. 自由性の拡大. 可能な通信の集合 C の‘大きさ’は、網形成や網発達の把握に、一貫して利用できた。この C の‘大きさ’の意味は、「通信の自由性」であろう。実際、柔軟化・大規模化・統合化・流動化・流動性の向上といった網形成・網発達の諸相は、すべて通信の自由性を拡大していると言える。これから、網の能力は、自由性の生成・拡大に属すると考えられる。即ち、網sの役割は、資源rの基本機能が提供する衝突の無い少数の通信の空間 $C(r)$ から、衝突を含むが、豊富な通信の空間 $C(s)$ への拡大・変質にあるだろう。なお、公衆網で重要なのは、通信相手・通信形式としての C の拡大のみではない。資源消費に応じた課金によってコスト負担の自由度が保持・

拡大され、料金構造をこめて可能な通信 C を拡大している点である。即ち、公衆網において、トラヒックの生成は C の課金の構造を反映する。

4. 実現自由度：可能な実現の豊かさ

網の能力が、自由性の生成・拡大に属することは了解できた。それでは、システムのどのような自由性が網の能力と考えられるのだろうか？ 本節では、可能な実現の豊かさが能力を決定している自由性であることを注意し、この構造を抽出してシステム（網）の可能性と呼ぶ。また、可能性による能力決定の例として、通信路・計算機・貨幣を挙げ、その一般性を指摘する。

4.1. 実現自由度＝可能な実現の豊かさ。通信網は、通信（並行な通信）という対象があつて、これを実現するシステムである。通信の自由性とは、実現可能な対象（並行な通信）の豊かさに他ならない。この豊かさが網の能力と考えられる。実際、網における通信集合の処理を考えよう。この網が他の網より優れていると考えるのは、同時に処理できる通信の数だけではない。通信時に選択可能な通信相手、通信形態の豊富さは本質的である。従って、可能な実現全体の豊かさが網の能力を決定していると考えられる。この能力決定の構造は次のように抽出できる：

：(P-0) $\mathcal{R} = (\mathcal{O}, S, \mathfrak{D})$

：(P-1) $\mathcal{O}$ は、被実現対象の空間

網において、 $\mathcal{O}$ は、並行な通信用過程である。ただし、 $\mathcal{O}$ の要素は実現されるものであつて、実現以前に意味が定まらなければならない。従って、 $\mathcal{O}$ の要素は、個々のシステムとは独立に考えるものであり、個々の並行通信用過程の実現に関する条件を列挙した抽象的なものとする。

：(P-2) S は、被実現対象を実現するシステム（実現機構）の集合

網において、 S の要素は、個々の網を示す。

：(P-3) $\mathfrak{D}$ は S の要素 s に対して可能な実現として $\mathcal{O}$ の部分を対応させる写像

$$\mathfrak{D}: S \ni s \mapsto \mathfrak{D}(s) \subset \mathcal{O}$$

$\mathfrak{D}(s)$ の順序関係（包含関係）から各システム間の性能の優劣が定まっている。

網において、 $\mathfrak{D}(s)$ は、実現可能な（抽象的で並行な）通信用過程の空間である。 $\mathcal{R}$ を実現系、 $\mathcal{O} \in \mathcal{O}$ を被実現対象、 S の要素 s を実現機構（またはシステム）、 $\mathfrak{D}(s)$ を s の可能性空間（または実現自由度）と呼ぶ。また、 $\mathfrak{D}(s)$ の何らかの‘豊かさ’を、一般に可能性（または自由性）と呼ぶ。

4.2. 可能性が能力を決定する例。以下では、実現系の例を挙げる。まず、通信路を考えよう。通信路の被実現対象 $\mathcal{O}$ は、通信文、即ち、アルファベットの列からなる。あるアルファベット A を固定し、 $\mathcal{O}$ を A の無限列の空間とする。ここで、列の添数は物理的なスケールを伴わせ、全てのスケールを考慮に置いておく。 A をアルファベットにもつ通信路 s は、その能力に応じて、転送可能なアルファベット列の空間 $\mathfrak{D}(s)$ を $\mathcal{O}$ の部分に定める。 $\mathfrak{D}(s)$ の豊かさが s の容量に対応することは自明だろう。次に計算機を考える。ある命令集合 W を指定した時、逐次計算機 s の能力が通信路と同様に $\mathfrak{D}(s)$ の規模によって決定されていることは了解できよう。最後に、象徴的な例として、貨幣を考えよう。例えば、ある貨幣（例えば1万円、正確には1万円とその流通を支える経済システムとそのシステムとの接触点の複合対象） s の能力は、交換（購入）可能な商品の空間 $\mathfrak{D}(s)$ で決まる。即ち、経済という流動性は、実現系の可能性に他ならない。

5. 通信網の実現自由度

本節では、網における実現自由度を原始的に分析する。実現自由度を基にしてシステムの能力を論じるには、被実現対象 $\mathcal{O}$ の記述やシステム s （実現機構；1章の設計モデルではこれを対象と呼んでいるので注意）の記述を与えなければならない。システムの定義も含めて整理しなければならない問題が多く、いまここで記述の理論を展開する段階ではない。たとえば、複雑な通信プロト

コルの取り扱いを視野に入れば、数理論理的な取り扱いも考慮しなければならない。この問題は、現在も発達しつつある並行計算の理論[40, 41, 38]とからむ。数学的な定義は省略して、‘並行通信過程（の実現条件）’からなる被実現対象の空間 Ω ，‘システム s において可能な並行通信過程全体’である実現自由度 $\Omega(s)$ を直感的に論じる。輻輳・仮想性といった基本的な概念が、実現自由度の一側面であることを指摘する。

5.1. 通信要求の間欠性・許容性と被実現対象の柔構造。我々は、通信網の機能生成に関する次のような直感的理解を前提とする；通信要求は、間欠的であると同時に条件としての許容度がある。この2点によって、通信網の被実現対象（通信要求）は、柔軟な構造をもつと考えられる。この柔軟性が、非同期性の実現機構である網 s において、豊かな実現自由度 $\Omega(s)$ の獲得を可能としていると考えられる。

5.2. 実体空間 $C(s)$ 。通信網の被実現対象は通信要求である。これは、条件（‘仕様’）と考えられる。条件 o を満足する網の実体的な処理 c が与えられれば、 o は実現されたことになる。こうして、実現自由度 $\Omega(s)$ が定まっている。即ち、網 s が与えられたとき、 s 上に展開しうる可能な実際の処理（実体処理と呼ぼう）の成す空間 $C(s)$ が決まれば、満足する条件の集合 $\Omega(s)$ が決まることになる。従って、条件の空間 $\Omega(s)$ の構造を、可能な実体的処理 $C(s)$ の構造から論ずることにする。

5.3. 柔構造と実体的処理 c における仮想性・排他性。間欠性・許容性に基づく対象（並行通信過程の実現条件）の柔構造は、並行通信過程（条件） o の実現 c に、二つの特徴的な構造を生じる。即ち、仮想的並行性と成分間排他性である。並行通信過程の成分である各通信過程は、同時には実現されていない。即ち、並行性は実体として資源量を越えては実体化せず、仮想性を帯びている。一方で、同時に実現されないことは、成分の通信過程間では排他性が生じている

5.4. $C(s)$ の自由度の構造。 $\Omega(s)$ の豊かさの構造は、 $C(s)$ のそれを反映すると考えられる。そこで、 $C(s)$ の一般元 c の自由度を考えよう。 c は並行な通信過程の列からなる。 c の自由度は、資源を（通信路自由度）を消費して獲得するものと、そうでないものにわかれると考えられる。上述によれば、後者は、並行性における仮想性に由来すると考えられる。ここで、

: (Ver)

$$\text{仮想性} := \frac{\text{並行性}}{\text{消費資源量}}$$

一方、前者に従って、資源消費により自由度を獲得しようとしたとき、排他性によって自由度が妨げられる。これは輻輳に他ならない。以上まとめれば、定性的に

: (Str1)

$$C(s) \text{ の豊かさ } \sim \frac{\text{仮想性} \cdot \text{資源量}}{\text{輻輳}}$$

という関係が得られる。 $\Omega(s)$ の構造も、右辺に従うと考えられる。また、資源量は工夫としての網 s の能力を表現しない。網の純粋な能力は：

: (Str2)

$$\frac{C(s) \text{ の豊かさ}}{\text{資源量}} \sim \frac{\text{仮想性}}{\text{輻輳}}$$

と考えられる。これは、仮想的並行を巧みに用いて、豊富なサービスを遅延・劣化なく提供する網が高性能であるという（もった）結論を示している。

6. 実現自由度に基づくメリット表現

本節では、網 s の可能性空間 $\Omega(s)$ ，実体空間 $C(s)$ の導入により、網変化を能力拡大として記述できることを注意する。そのような例として、網間接続と多重アクセス系における資源割当制御を論じる。また、仮想性の視点は、複雑性が網の能力拡大と深く関わることを指摘する。

6.1. 網間接続と能力拡大. 網 s_1 と s_2 の接続 $s_1 \otimes s_2$ を考えよう. 相互通信の可能性により, 実現自由度が拡大する

$$\Omega(s_1) \cup \Omega(s_2) \subset \Omega(s_1 \otimes s_2)$$

(ように, 網間に資源が投入されるから), 拡大が(Str1)の意味で網の能力を拡大するのは自明である.

さて, (Str2)にみられるように, 仮想性 (仮想的並行性) が網としての能力の由来であった. この指標が網形成でも有効であることを指摘しよう. 即ち, (Ver)の意味で, 仮想性が強ければ, 網は拡大傾向にあり, 一方でこれが小さければ, 網は分離する. 実際, 各網内の通信主体 (通話者, 端末, ホスト, 通信応用プログラム etc...) を $A(s_1), A(s_2)$ とする. 網の接続によって可能となる通信過程は, 形式的には, 直積 $A(s_1) \times A(s_2)$ となる. これは積の増大度を持つ. 無論, 各通信過程において, 実現自由度の構造は輻輳によって資源量と関わっている. しかし, 仮想性が強く, $C(s)$ に比べて資源消費が小さければ, 輻輳を押さえる網間接続に伴う必要資源の増加は小さくなるだろう. 即ち, 網間接続の

$$\frac{\Delta\Omega(s)}{\Delta\text{資源量}}$$

は増大する. また仮想性も拡大する. こうして, 仮想性はスケールアップによる(Str2)の意味での網を形成していることのメリットを意味し, 網の拡大を促す. 逆に, 例えば, 1対1の通話が連続且つ継続的に行われるという条件の下での通信系では, 通話の空間が成す実現自由度 $\Omega(s)$ は, 投入資源量に比べて小さく, 仮想性に乏しい. 従って, 網から切り離される.

6.2. 多重アクセス系の能力表現. タイムシェアリング, ランダムアクセス, ボーリングといった多重アクセス系 ([46]) に対し, 輻輳論では, 輻輳特性の評価は可能でも, アクセス系の基本的能力そのものを特徴づけることが難しかった[43]. 実現自由度の視点を介することで, プロセス代数[40, 41]の適用が可能となり, 多重アクセス系の基本的能力を把握できる.

インタリーブ

インタリーブはプロセス間の演算である, この演算により, 可能空間の重要な自由度拡大を記述することができる. 二つのプロセス P, Q が

$$P = \{ \langle p[1], p[2], \dots, p[n] \rangle \}, Q = \{ \langle q[1], q[2], \dots, q[m] \rangle \}$$

と表現されるとき, P と Q のインタリーブ $P||Q$ とは,

$$\begin{aligned} P||Q &= \{ \langle x[1], x[2], \dots, x[n+m] \rangle; \\ &\quad x[i[1]] = p[1], \dots, x[i[n]] = p[n], \\ &\quad x[i'[1]] = q[1], \dots, x[i'[m]] = q[m], \\ &\quad i \in \text{IHom}(\{1, \dots, n\}, \{1, \dots, n+m\}) \\ &\quad i' \in \text{IHom}(\{1, \dots, m\}, \{1, \dots, n+m\} - \text{Image}(i)) \} \end{aligned}$$

で, 与えられるプロセスの集合である. ここで, $\text{IHom}(A, B)$ は, 順序集合 A, B に対し, A から B への順序保存単射のなす空間とする. $\text{Image}(i)$ は射像 i の像である.

$$\text{Card}(\text{IHom}(\{1, \dots, m\}, \{1, \dots, n+m\} - \text{Image}(i))) = 1$$

である. ここで, プロセス表記,

$$\langle p[1], p[2], \dots, p[n] \rangle$$

は, $p[j]$ が j 番目の状態遷移要求によって, 目的の遷移が達成されたことを表現する. $p[j]$ をビット列の書き換えとすることで, 通信過程と見做せる.

多重アクセス系の形式的実現自由度

インタリーブは, 多重アクセスの基本的能力を, 次のように表現できる. プロセス P, Q が共通資

源を用いて処理されるとしよう。多重アクセスが導入されないとき (s_0) に (形式的な) 実現自由度は $\Omega(s_0) = \{P; Q, Q; P\}$ である。ここで、 $P; Q$ はプロセス P と Q の順次結合を表し、プロセス P のあと続いて Q が処理されることを意味する。これに対して多重アクセス s_m の (形式的な) 実現自由度は $\Omega(s_m) = P|||Q$ である。 $\Omega(s_m) \supsetneq \Omega(s_0)$ であって、この拡大は著しく大きい。

この議論は、一見、自明に見えるかも知れない。しかし、実現自由度の各要素は、並行プロセス (P, Q) にとって、何れかしか実現できない選択肢である。多重アクセスの導入により著しく実現の選択肢が拡大していることがわかる。インタリーブは仮想性の拡大に他ならない。

トークン保留時間

上述の議論は、直ちにトークン保留時間設計の問題[下川]に適用できる。多数の端末と単一の通信チャネルからなる通信系を考えよう。通信チャネルは利用権 (トークン) の受渡によって共有されるとする、継続して通信チャネルを利用できる最大時間があらかじめ設定され、トークン保留時間と呼ばれる。トークン受渡に伴って通信チャネルが利用できない時間が生ずるため (切り替え時間)、通常の遅延時間解析を行うと、トークン保留時間が長いほど有利となる。

上記の議論から、トークン保留時間の短さが、不完全ではあるが、インタリーブを担い、多重アクセス系としての本来機能を担っている事が解かる。これは、可能性の視点により初めて明確にできた点である。実際、従来はトークン保留時間の役割に関する明快な表現はなく、「平等性の確保」という不明瞭な表現が用いられた[45]。また一方で、トークン保留時間の役割を輻輳の枠内で特徴づけるために、遅延時間の分布値や分散、緩和時間等複雑な特性量に言及せざるを得なかった。これらは多重アクセス系の確率モデルが多次元のマルコフ過程であるため、困難が大きく、目的を達成できてきない[43]。実現自由度の導入によって、トークン保留時間縮小が、輻輳という自由度の障害としてより、寧ろ、インタリーブという自由度の拡大として容易に捉えられることがわかる。

6.3. 仮想性を生む複雑性。(Str2)は、強い仮想性によって、システム s が特徴的な能力を装備する可能性を示唆している。この点は、複雑性とシステムのポジティブな接点である。実際、 $C(s)$ の仮想性は、通信過程の資源消費過程の間欠性に基づいている。一方、強い仮想性は $C(s)$ の資源消費構造に「解析的な特異性」を示唆する。何となれば、強力な仮想性は、抽象的な空間である $C(s)$ における自由度の規模が莫大であることだが、これは、資源消費過程が、資源の時空においても豊富な自由度を持っていることを意味する。資源の時空には、通常自然な解析的構造が考えられる。埋め込まれた資源消費過程は、これに関して滑らか、もしくは解析性が強いほど、自由度が束縛される。統計量に関しても同様である。即ち、強い仮想性は標本路や統計量の特異性としての複雑さを、背景とすると考えられる。

7. まとめ

本章では、複雑化の困難の克服を目指して、輻輳論の問題点と代わるべきシステム性能理論を模索し、実現自由度の視点を提出した。数学的な記述は稚拙であり、明快な論証を伴っていないが、輻輳論の外部にあって待ち合わせ系の性能的要素と関わるものが描き出せたと思う。次章では、この基本的な検討を踏まえ、計算プロセスの視点から非形式的ながらも枠組みを組織化し、輻輳論的評価の困難の問題に組織的な分析を与える。これと共に、実現自由度の形式化を試みる。

CHAPTER 5

SELF-CONTAINEDなシステム性能評価の可能性について

計算的世界像に立てば、システム性能評価の役割を、設計・開発・運用におけるプロセスの簡約（従って複雑性の削減）と捉えることができる。性能評価の困難は、簡約機能の障害として定式化される。従来性能評価における簡約機能の障害は、経験的能力定義によって引き起こされている。障害箇所は、システム的能力定義を普遍的論理に従って与えることで除去できると考えられる。このシナリオは、我々が対象とするシステムに対して、プロセスやそれが与える解プロセスの定式化を要する。ラベル付きグラフを基にしたプロセスの実験的定式化を簡単な待ち行列に対して与えている。

1. まえがき

通信・情報処理システムの発達に伴って、性能評価は複雑性に伴う困難を拡大しつつある。即ち、目標とする高度の機能を立証する為に、トラヒックや輻輳の高次の特性量が問題となり、特性の分析や結果の応用を複雑化・困難化させる。この困難は、複雑性のレベルと発生要因の2点から、根本的な解決が望まれる。実際、想定すべきトラヒックの複雑性は十分に大きい。たとえば、強度を持たないバーストトラヒックの存在[51]が示すように、重畳によるトラヒックの簡約(reduction)はもはや期待できない。また、この困難化はシステムの発達に伴って顕在化してきており、技術の発達にとって基本的課題である。

[47]は、この困難を評価枠組みの表現力の視点から論じ、輻輳論（待ち合わせ特性の解析）による性能評価の問題点として、メリット記述力の脆弱さを挙げ、輻輳に代わるべき一般性のあるメリット記述視点として、実現の自由度（実現の可能性と呼んだ）をインフォーマルに提案した。しかし、[47]では、複雑性の困難の問題を漠然ととらえており、取り除くべき原因を特定できていない。従って、現段階では、実現自由度の意義は未知数であり、困難克服の見通しそのものは得られていない。

本検討では、この問題を組織的に分析し、解決のシナリオを編む。即ち、漠然とした問題の‘定式化’を与え、これに基づいて、原因の特定を図る。次に、原因除去のシナリオを模索する。この過程で実現自由度の意義を明らかにする。最後に、シナリオの具体化に要する形式化を簡単な例で実験的に試みる。

分析は概ねインフォーマルな論理に基づく‘モデル’または描像によって進める。モデル化は物理的な対象を広義のオートマトン（アルゴリズム）、動的な側面をプロセスとらえる計算的世界像の立場に基づく。

問題の分析結果は次のとおりである。まず、システム性能評価の役割を、設計・開発・運用におけるプロセスの簡約（従って複雑性の削減）と捉えることができる。性能評価の困難は、簡約機能の障害として定式化される。従来性能評価における簡約機能の障害は、経験的能力定義によって引き起こされている。この破綻原因はシステム的能力定義を理論的に（即ち、普遍的論理によって）構成することで除去できると考えられる。これは、self-containedな性能評価と言うべきものである。

このシナリオは、我々が対象とするシステムに対して、プロセスやそれが与える解プロセスの定式化を要する。簡単な待ち合わせ系で、定式化を実験的に試みる。

2. 性能評価の役割（問題の定式化）

定式化はなぜ必要か？本節では問題の‘定式化’を試みる。問題は、システムの発達に伴って、性能評価の内部と周囲が複雑化し、目的の達成が難しくなることである。個別の問題解決にはこのような漠然とした状況認識で十分かもしれない。しかし、はじめに述べた通り、この問題は、基本的で

あると同時に十分な困難さを呈しており、根本的な解決を要している。従って、組織的な解決戦略が必要であり、その為には、十分に問題を把握しなければならない。

2.1. 定式化の戦略. 基本的な問題が漠然とする状況では、基本的な対象の解明が必要である。即ち、性能評価の困難という一般的状況を定式化するには、性能評価の機能を定式化し、その機能の低下として表現する必要がある。一方、性能評価はその外部、即ち、システムの設計・開発・運用の諸過程の関係において意義がある。従って、機能は外部との関係で捉えられるものであり、機能の定式化は外部の定式化を前提とする。更に、性能評価はこれらの諸過程と密接にかかわる。そのため、性能評価とその外部をはじめに分離して議論することは得策ではない。そこで、あるシステム S に対して、それに関わる諸過程の全体 U を考える。 U は、設計・評価・開発・運用・利用の総体であり、システム S の全体プロセスと呼ぶべきものである。我々は U の‘モデル’（描像）を与え、これを基にして、性能評価の機能を定式化する。

2.2. 計算的世界モデル. 全体プロセス U は、巨大で捉え所のない取り扱い困難な対象に見えるかもしれない。確かに有効な形式的方法を展開するのは容易ではないだろう。しかし、インフォーマルにはこれを捉えていく強力なアプローチがある。即ち、以下に述べる計算的世界像に基づくモデリングである。

我々のモデリングは、システムの全体プロセス U を計算の実行と見做すことである。即ち、過程 U を担う物理的要素（機械、人、物理資源 etc...）の総体の系が、巨大な状態空間を非決定的・並行的に書き換えていく計算系をなして U を実行していると思えたと仮定する。例えば、規則や慣習は非形式的または非明示的な非決定性のプロトコル（従って、広義のアルゴリズム）と思えたと考える。これは、機械のみならず生物、人間、および社会の諸要素をオートマトン（またはエージェント）と思えし、その動的側面を計算プロセスと捉える世界像にほかならない。複雑で大規模な諸対象に一つの見方が当て嵌まると仮定することは冒険である。しかし、万能機械の存在や昨今の仮想社会の展開は一定の妥当性を与えていると考えられる。

2.3. プロセス. 計算論では、実際に実現されたパス（これをトレースと呼ぶが）だけでなく、初期値（インスタンス）の違いや非決定性による分岐で生ずる可能なパスの総体としてプロセスを捉える。本検討でもこれに従う。即ち、 U は実際の履歴のみではなく、可能な仮想的過程の総体である。この考え方は本質的である。実際、計算的世界において、我々が、何らかの分析を通して得た知見をもって具体的な措置を施せるのは、常に、アルゴリズム（若しくはオートマトン）である。一方、アルゴリズムは、一般にトレースとは対応しない。直接対応するのは可能なパスの総体の意味でのプロセスである。従って我々もこの意味でのプロセスによって諸過程を捉えていく。アルゴリズム A 、 A によって計算されるプロセス $P(A)$ 、 $P(A)$ のトレース t の関係を集合的に書けば：

$$P(A) = \{t | t \text{ は } A \text{ で可能}\}$$

である。ここで、より正確には、プロセスと直接対応するのはアルゴリズムではなく、これを搭載したオートマトンである。両者の違いは、プロセスの実行に必要な物理的資源の有無である。全体プロセス U では、資源は無限に供給され得るものとし、アルゴリズムがその消費量をきめるとして、資源量をあつかうことにする。これによって、アルゴリズムがプロセスを決定することになる。

プロセスとアルゴリズムの複雑な関係について触れておかなければならない。まず、上記のように、アルゴリズムはプロセスと対応する。一方でプロセスに属するトレースはアルゴリズムの書き換え（生成・変更・消滅）を引き起こしうる。これはプロセスを集団的に変更する。こうしてアルゴリズムやプロセスは自己言及を伴いながら複雑に絡み合うことになる。この状況は形式化の難しさを象徴している。

2.4. 性能評価の作用素表示. システム S の全体プロセス U は、計算的世界におけるシステムの設計から利用にわたる‘すべて’を表す。たとえば、 U が膨大なコストを吐き出したり利用プロセス（ U の部分プロセスである）の自由度が小さければ、システム S の開発または運用は停止する。一方、システム S に対して行われた性能評価も U に属する。従って、性能評価の役割はこれを取り除い

た全体プロセス $U_{no-eval}$ と元の全体プロセス U との比較によって特徴付けられる。即ち、性能評価 $eval$ の機能を、作用

$$(2.1) \quad U_{no-eval} \xrightarrow{eval} U$$

と表示できる。従って $eval$ の機能は $U, U_{no-eval}$ の構造から捉えられることになる。

2.5. プロセス、解、問題. 表示(2.1)は、性能評価の機能がプロセスの変形と考えることを示している。このことは、性能評価の機能を次のように表現できるだろうという予想に導く。即ち、性能評価 $eval$ はプロセス $U_{no-eval}$ の計算コストを（飛躍的に）削減する機能を果たすだろうと考えられる。

この予想は誤りではない。しかし、計算コストの削減を直ちに是とすることはできない。計算コストは通常の計算（狭義の計算）で用いている概念である。通常の計算では、計算プロセスの規模は削減されるに越したことはないコストであった。即ち、プロセスにおけるトレースの集合体の規模は小さければ小さいほど良い。しかし、システムの全体プロセス U および $U_{non-eval}$ の場合、プロセスの規模の中には、削減されるべきと見做される部分・場合もあるが、各オートマトン（即ち、人と機械）が受けているサービスと見做される場合もある。サービスの部分に属するプロセスの規模は、サービスの自由度であって、削減されるべきではない。

これは、狭義の計算プロセスと、システムの全体プロセス U では、プロセスが与える解とプロセス自身の関係が異なることによる。まず、いずれの場合も問題、解、プロセスの3者が考えられる。狭義の計算プロセスの場合、問題は関数で与えられる。たとえば、2次方程式の根を求める問題では、

$$(2.2) \quad \mathbb{C}^3 \ni (a, b, c) \mapsto \{x \in \mathbb{C} | ax^2 + bx + c = 0\}.$$

また、計算論の場合は帰納的関数[48]が解くべき問題である。初期データに対して計算の完了によって解を与える意味での計算プロセスは、プロセスの境界構造としてこの関数を生成する。このプロセス上の構造が解である。一方、全体プロセス U では、これが与える目標としての解は、同じくプロセス上の構造であるが、境界ではなく、むしろ、プロセスの部分である。プロセスの規模の標準的概念は‘領域内部’における規模を指す。従って、狭義の計算ではプロセス規模が小さい程良いが、 U では、プロセスの規模には、解の大きさも含まれる。前者はいわば境界値問題であり、後者は包含関係の問題である。付け加えれば、 U が解を与える問題は最も精密な仕様である。

なお、一般にアルゴリズムはプロセスを生成するオートマトン上にあり、問題、解、プロセスとはまた分離される概念である。具体例から見たとき、狭義の計算プロセスとシステムの全体プロセス U では、アルゴリズムと問題の安定性が全く逆転している。狭義計算プロセスを設計する場合、問題（例えば、(2.2)）が、不変で明瞭な静止した対象であり、アルゴリズム（プログラム）は、従属的で流動的である。一方、システム設計等では、問題（仕様）が、このような明確な形では出現することはまれである。常に曖昧なものである。明瞭な対象として認識されるのは、むしろアルゴリズムである。

さらに、解を生成するプロセスの設計という観点から見たとき、システムでは、プロセスの中に、設計自身を含めなければならない。計算量理論ではそうではない。これは、システムのコストが、出来上がった装置のハードやソフトが生成できるプロセス規模ではきまらないためである。それを構築・運用するのに要している諸過程のプロセス規模を反映する。これは、（通信・情報処理）システムが、実在の対象として評価されなければならないからである。

2.6. 性能評価の機能. システムの全体プロセス U に対し、解プロセスの存在を要請しよう。解は本来問題が正確に与えられて意味を持つが、上述の通り、設計上事前に厳密な形で与えられるものではない。ここでは、ある解プロセス S があって、 U と $U_{no-eval}$ は、最終的に S を供給することを目的とし、これを達成するものと仮定しよう。これは、性能評価を分析する対象としてシステム開発を一定の範囲に限るが、他の場合もこれから状況を類推することは難しくない。

あるプロセス P が解プロセス S を‘解く’ことを

$$S \subset P$$

と表示しよう。性能評価evalは、次の連立式を満たしていると考えられる。

$$(2.3) \quad \begin{cases} S \subset U_{no-eval} \\ S \subset U \\ U_{no-eval} \xrightarrow{eval} U \end{cases}$$

性能評価過程evalは、条件 $S \subset U$ の下で計算コストを削減、即ち、プロセスの無駄な部分を簡約(reduction)すると考えられる。この点は、次節で原因分析と共に具体的に論ずる。

無駄なプロセスの簡約(計算コストの削減)という性能評価の機能の表現は、従来の使用率の向上という解釈を大幅に一般化している。実際、プロセスは組合せの爆発の危険を常に抱えており、計算コストの拡大・削減は劇的におこりうる。典型例は目的到達に対する地図の有無であり、標準的な地図で、コストのギャップはスケールの指数関数である。

3. 経験的能力定義の限界(原因の解明)

前節では、システムの全体プロセス U を計算的世界の導入によって、インフォーマルにモデル化し、性能評価の困難を作用素evalの簡約機能劣化として定式化した。本節では、この定式化に基づいて、現状のevalを分析し、機能劣化を引き起こしている障害箇所を明らかにする。

3.1. ナビゲーション。まず、性能評価evalのプロセス簡約機能を一般的に見てみよう。evalは、システム S の全体プロセス U のほぼ全般にわたって関わりうる。設計・開発・運用の随所で、具体的な対象(仕様書、設計書、ハード・ソフト、運用計画、運用実体、etc...)を評価し、現状の是非や以降に要する情報を供給することが望まれる。計算的に言えば、プロセス U の現在の状態とアルゴリズム(これは計算モデルによっては同一視できる)を吟味し、以降のプロセスの不要な非決定性や無駄なプロセスを削除する役割を果たす。

性能評価のこの簡約機能はナビゲーションになぞらえることができる。実際、一般的に言って、評価は多彩な選択肢から実行すべき的確なプロセスを示す機能である。例えば、典型的なナビゲーション情報である目的地と現在地を示した地図は無駄なプロセスの実行を大幅に排除し、小さい資源で遠方への到達を可能にする。

この機能の劣化とは、案内情報の不確実性が増大することに他ならない。すなわち、不確定な道案内により、実行者は自らの経験的・普遍的知識と試行錯誤によって進まなければならない。新しい未経験の地に赴くのが常であるので、知識が直接役立つことはまれで、試行錯誤のコストが増大する。知識が役に立たなくなったり、選択肢が拡大すれば、このコストは飛躍的に拡大する。

3.2. 従来性能評価の簡約機能障害。計算的世界モデル U を基に、従来の性能評価を具体的に吟味し、プロセスの簡約機能とその障害箇所を明らかにしよう。

性能評価の目的は、設計・開発・運用中のシステムの能力(capability)を明示した適性資源量を算出することにある。これら性能評価の目的自身に(実行性の問題を別にして)問題はない。前者は現在地や進路の行く手を示すことにあり、道案内として基本的な項目であって、プロセス U での主要な簡約を期待できる目的であると考えられる。また、後者は、機械の実行する無駄なプロセスを省くだけでなく、自由度の不足による問題が引き起こす U のプロセス拡大(この場合、もとの状態への復帰が進むのに要したコスト以上になることがある)を未然に防ぐことに対応する。

これらの機能を劣化させる構造的問題があるとすれば、それは、ナビゲーションの具体的仕組みにあるだろう。従来性能評価の骨子は次である：

1. 輻輳への着目
2. 輻輳指標 $\{w_j\}_j$ とその限界条件 $\{w_j \leq L_j\}_j$ の選定
3. トラヒックのモデル $M = \{p \in M\}$ とその指標 $\{q_i\}_i, q_i : M \ni p \mapsto q_i(p)$ の選定
4. 輻輳特性 $M \ni p \mapsto w_j(p)$ の算出
5. システムの輻輳論的能力の算出

$$(3.1) \quad \{(q_1(p), q_2(p), \dots) | w_j(p) \leq L_j, j = 1, 2, \dots\}$$

(1)は、システムの能力の中で、輻輳現象から決定されると見做されるものを対象とする宣言である。一方、(2)と(3)は、(3.1)の形式でシステム能力の定義を与えるための本質的プロセスである。

この骨子には、システムの発達に対して、性能評価のプロセス簡約機能を損う要素が確かに見いだされる。

まず、システムの能力に対し、輻輳現象によって決定できる部分は基本的ではあるが支配的ではない。システムの安定条件や独立性の強い環境下での待ち合わせモデルの解析結果は、システムの能力にシンプルな表現を与えてくれる。しかし、[47]で述べたように、システムの基本的な発達においても、輻輳現象的意味での能力の拡大として記述することはできない。

ただし、簡約機能を適用できる領域(定義域)の限定が、直ちにナビゲート機能の深刻な障害となるとは考えにくい。実際、適用できないという明確な答えが容易に出せれば、無駄なプロセスの実行を避けられるからである。むしろ問題なのは、定義域が明示されていない点である。これは輻輳に基づく能力が直感的・経験的知識や論理を随時に導入する上に成立しているために、定義域も経験的であることによるとみられる。

経験的知識に基づく論理を象徴するのが(2)と(3)であり、これらはより直接的に簡約機能を破壊すると考えられる。実際、システムの発達に伴って、輻輳・トラヒック・制御変数等が多様になれば、高次の特性量を次々と導入せざるを得なくなる。一方、選定は、実験的分析・経験的知識に基づく。従って、処理しなければならないプロセス規模と結果の曖昧性はパラメータ数の増大に伴って拡大し流動化する。さらに、この選定プロセスは能力の定義を与える過程であり、(4)をはじめとした一連の分析過程は曖昧さの影響を直接をうけ、流動性と共にプロセス規模を発散させる。これを打ち切れば、非決定性の強い情報によるナビゲートとなる。

3.3. 経験的能力定義の限界。 従来性能評価における上記の簡約機能障害は、一般的な形で述べることができる：

■ システムの発達は経験的能力定義を通して性能評価evalの簡約機能障害を引き起こす。

その根拠は以下に基づく：

- システム S の能力は、解プロセス S の成分である。
- 経験的能力定義は S の能力的成分を経験的論理に従って捉える人間によって実行される高次のプロセスである。即ち、データの収集、定義候補の構成・選出・判断全般が経験的論理に基づき、また、再帰的に繰り返えされて決定される。確固たる経験的論理・知識がなければプロセス規模・結果の流動性は著しく拡大すると考えられる。
- 能力の拡大は、標準的な観測系において、複雑な解プロセス S を新たに生じる(★)。
- 経験的論理は未経験の対象において試行錯誤へ退化する。
- 能力の定義は性能評価evalのかなめであり、定義の流動化・不定化はevalの簡約機能を著しく損なう。

即ち、発達によって複雑性が S に流入することで、経験的論理が機能しなくなり、evalの基礎となる能力定義が劣化して簡約機能が失われると考えられる。なお、(★)は、所謂複雑性と能力の一般的な関係としての予期されるものである。システムの高度化は解プロセスの大規模化を意味する。この大規模化は標準的な観測系において複雑化を通して実現すると考えられる。例えば、強い間欠性を伴うトラヒックを巧く処理できれば、処理できるプロセスの規模は飛躍的に拡大しうる。また、例えば、計算量の理論は、複雑な集合と大規模なプロセスの間の密接な関係を表している[48]。一方、このような複雑なプロセスは、標準的観測系において経験的論理に従う評価者にとって、常に未知のものであると考えてよいだろう。

4. 理論的能力定義へ向けて

従来の性能評価は経験的能力定義と輻輳特性の解析によって、現在状態および目的地を特徴付け、ナビゲートしようとするものであった。しかし、その基礎にある、経験的能力定義は複雑性の

流入によって計算的コスト（プロセス規模発散）を吐き出し、簡約機能が損なわれつつあると考えられる。

複雑性はシステムの能力と密接に関わり、(UやSから) 排除できない。経験的能力定義に代わる方法を見だし、プロセスの爆発を取り除かなければならない。本節では、この方法について見通しを論じる。

4.1. 普遍的論理による能力定義。経験的能力定義によって引き起こされるプロセス爆発は、能力定義が一般性をもって与えられれば回避できる。計算コストの発散は、定義という高次の過程を経験的・個別的に決めることによる。ある定義に従ってデータの収集・処理を行って、能力を算出するといった単純な過程ではない。定義そのものを決める行為である。従って、データの収集のみではなく、これを基にした試行錯誤や主観的判断を必要とし、能力定義の困難性・流動性・非決定性に至る。そこで、能力の一般的定義が存在すれば、これらの試行錯誤は不要であり、定義に従って必要なデータの収集に努めれば良いことになる。

個別の問題に対しても困難な問題に、一般性をもって定義するというのは虫が良すぎるか、若しくは、虚偽に過ぎないように思われる。しかし、定義を困難にしているのは、経験的論理、即ち、経験や実験を通して得られた個別性の強いデータの蓄積から得られる論理だからである。普遍的な論理の積極的な展開によって能力定義を与える方法が残されている。実際、計算的世界のモデルは、システムを捉えていく普遍的な論理（理論）の存在を示唆している。

4.2. プロセスを捉える。普遍的論理に基づく能力定義を行うには何が必要だろうか？ また、経験的論理では何らかの主観的判断が必要であったが、これを普遍的論理に置き換えることは可能なのだろうか？ このような問題には、我々が問題とする対象に対して我々が獲得できる普遍的知識がどのようなものであるかわかれれば答えられよう。この点では、我々は既に対象即ち、世界に対して一定のモデルを導入してきた。従って、これを吟味してゆけば、我々の得られる普遍的知識の輪郭が明らかになってくるだろう。

我々のモデルは計算的世界であり、オートマトン、アルゴリズム、プロセスからなっている。この中で、能力と直接関わるのはプロセスである。また、そこで述べた通り、設計の立場から系の動的側面で有効な対象は、各トレースではなく、プロセスである。従って、能力の定義が設計に有効な形で得られるとすれば、プロセスに基づいて構成されるものだろう。また、経験的論理による能力定義が主観的判断を常に要するのは、能力を、プロセスより詳細な対象（例えばトレース）に基づいて定義しようと試みているためと考えられる。

まず、プロセスを捉えることから始めなければならない。これは、所謂、計算モデル、プログラムの意味論([4], [49])の領域であり、様々な試みが活発に行われている。本検討では、次節で、簡単な待ち合わせ系のプロセスモデルの例を示す。そこでは、待ち合わせ過程を幾何学的に見ることが可能である。

4.3. 解プロセス。狭義の計算では、境界の構造として、プロセスが供給する解を与えている。狭義の計算と同様、システムでも、それが実行するプロセス全体が目的ではない。無駄なトレースもプロセスの一部には違いないが、目的とする解ではない。システムの能力を定義することは、この解を明らかにすることに他ならない。狭義の計算では、停止の概念が本質的である。システムは停止しないし、解は境界でもない。解プロセスを取り出すことは簡単ではない。双対的に、完全な仕様の形式を明らかにすることに等しい。実際、狭義の計算の仕様は問題であり、関数(2.2)として定まっている。

4.4. インタフェース。システムにとってどのようなプロセス成分が解であるかには、一定の解釈・観測系が前提とされることが考えられる。例えば、インタフェースやそのどのような相互作用プリミティブをサービスと見做すという解釈である。この指定が設計上意味のあるものなるには、当然何らかの条件を満足する必要があると考えられるし、指定の仕方によっては、システムの不変な構造を表現し、それが設計において本質的とみなせる可能性もある。

このような高次の問題は本質的であるが、当面、インタフェースやサービスのプリミティブ（演算の最小単位）の指定という高次の構造に関しては、わかりやすいものを考えていく。上記の経験的能力定義でも、このような設定が与えられた後に生じる困難を論じており、この仮定の下で解プロセスの定義を論じることには意味がある。

4.5. 実現自由度. [47]で導入した実現自由度は、システムの解プロセス S を定義する指針を与えている。実現自由度は、あるインタフェースに注目し、一方のオートマトン集合（若しくはエージェント）が、該当インタフェースを通して、選択的に実行できるプリミティブからなるプロセスの規模である。そのようなインタフェースとオートマトン集合として、ユーザインタフェースとユーザ集団をとれば、該当プロセス系はシステムの解プロセス、実現自由度は能力指標と考えられる。

4.6. システムの地図. ここで論じている能力定義（解プロセス定義）の問題を、ナビゲーションの文脈で表現すれば、現在地や目的地そのものを示すことであった。一方、システムには、その能力が仕様に見合っているかだけではなく、能力として優れているかという問が發せられる。これは、目的地や現在地だけではなく、その周囲や周辺の様子を知り、適切な目標か否かを判断するための、地図情報の要求に他ならない。

能力比較の問題は計算量理論の問題である。プロセス、解、問題の概念が確定すれば、計算量理論の描像を適用してこの問題の見通しを得ることができる。計算量理論は問題のなす全空間に、これを解くプロセス間の模倣関係によって、問題の困難性の順序関係を定義する。この順序関係は、模倣がまた狭義計算プロセスであり、小さい規模の模倣クラスを巧く指定できることに基づいている。この順序関係は完全性と呼ばれる階層構造をなしており、問題の空間が美しい構造をもつことを示している。システムにおいても解とプロセスが巧く定義されれば、システムの能力＝解が、解の複雑性（解を生成するプロセスのコスト）によって、順序関係を考えることが可能となる。この順序関係が階層構造をなせば、システムの能力地図には美しい地形が描かれることになる。

この目論見が成功するには、プロセスがプロセス間の模倣を与える構造を持たなければならない。計算量理論では、より強く、問題が問題間の変換を与える形式を備えている。実際、問題は関数として捉えられている（(2.2)）。本検討では次節において、簡単な待ち行列モデルのプロセスモデルを考える。そこで得られる解プロセスは、木を基にしており、圏論的な扱い（[50]）につながりうる。解プロセスを同一の圏上の関手として捉えられれば、問題相互の変換を与え、還元性の議論を展開できる可能性があるが、現時点でその可否は不明である。

5. 待ち合わせ系の一つの意味論

本節では、出来上がったシステムに関する、プロセス、解、問題の定式化の試みとして、単純な待ち合わせモデルを対象に形式化を模索する。形式化の方法はオートマトンの生成するグラフとしてプロセスを考えることであって、最も原始的な方法である。なお、オートマトンの遷移関係式を簡潔に記述する方法として、MilnerのCCSにおけるエージェント表現[3]を援用した。システムプロセス¹に対しては、一定の表現を得ている。

5.1. 待ち合わせモデル. 以下、離散時間で単一サーバ、最大バッチ到着数2クロック分で無限容量の極めて簡単なモデルを考える。処理方式はFCFS（先着順）とLCFS（後着順）である。これをオートマトンと見做し、その‘規準的’な解きほぐし(unfolding)のなすラベル付き木（Boss写像をもつ意味であってここではrootを持たない）の上の構造としてシステムプロセスを捉える。この構造は、処理方式の違いを反映する。待ち合わせ過程の構造の違いが幾何学的に現れる。処理の要求とその処理のペアによってシステムのサービス実現のプリミティブととらえ、空要求と要求への2分岐で作られる木を実現自由度と考える。解プロセスは資源（サーバ）の時間的領域から実現自由度の部分集合への射像とも見做せるが、まだ満足のいく表現とは言えない。

¹出来上がったシステムで直接実行される全体プロセスの意味で、 $M(S)$ を出来上がったシステムを構成するオートマトン系とすれば、 U の $M(S)$ への制限 $U|_{M(S)}$ という対応関係をもつと考えられる。

5.2. 入出力遷移プロセス $T(Q)$. まず, 待ち行列の入出力遷移を考える. 1クロックを3分割し, 入力-入力-処理と規約されているとする. この分離は, 後のシステムプロセスの構成で用いる. 待ち行列の相互作用相手は入力のみと見做せる. 入出力遷移は, 系内客数と時間の位相 ($t \in \frac{1}{3}\mathbb{Z}/\mathbb{Z} \xrightarrow{\cong} \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$, $\mathbb{Z}$ は整数環) と入力側の選択で定まる. この遷移は, 頂点集合を $N_0 \times \frac{1}{3}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}$ とした, ある種のラベル付き有向グラフ (遷移系[52]²) で表現できる ($N_0 := \{0, 1, 2, \dots\}$). 遷移を入力・処理・空入力, 空処理に区別すれば良い. 以下では, グラフ (木) と言えば全てラベル付き有向グラフ (ラベル付き木) を指すことにする. また, 空入力と空出力の区別は後で用いない. そこで, 遷移のラベルを (入力, 処理, 空入力, 空処理) $= (\text{in}, \text{out}, *, *)$ とする. CCS[3] は, エージェント表現を用いた方程式で遷移系を簡潔に表現している. これに従うと, 入出力遷移のグラフは次の方程式系で定義できる.

$$\begin{aligned}
 (5.1) \quad & Q(j, t) = *.Q(j, t + 1/3) + \text{in}.Q(j + 1, t + 1/3), \\
 & j \in N_0, t \in \{\mathbb{Z}, 1/3 + \mathbb{Z}\}, \\
 & Q(0, t) = *.Q(0, t + 1/3), \quad t = 2/3 + \mathbb{Z}, \\
 & Q(j, t) = \overline{\text{out}}.Q(j - 1, t + 1/3), \\
 & j \in \mathbb{N} := N_0 \setminus \{0\}, t = 2/3 + \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

実際, 左辺から右辺で方向が与えられ, 和の各項をラベル付き矢 (有向辺) (従って, $+$ を分岐), 接頭語 (表現 $a.Q$ の a を接頭語(prefix)と呼ぶ) をラベル付き矢のラベルと解釈すればよい. $\{Q(j, t)\}_{j \in N_0, t \in \frac{1}{3}\mathbb{Z}/\mathbb{Z}}$ が頂点である. こうして定まるラベル付き有向グラフを $\Gamma(Q)$ と表記する. 方程式(5.1)は, この待ち行列の入出力遷移の形式的定義と見做せる. そこで, 方程式系(5.1)を, 入出力遷移のプロトコルと呼び Q と表記する. (正確には Q はプログラムであり, $\Gamma(Q)$ がプログラムの意味である.)

以下では, グラフ (木) と言えば, 全て, ラベル付き有向グラフ (ラベル付き木) を指すことにする.

グラフ $\Gamma(Q)$ には, 木 $T(Q)$ と $\Gamma(Q)$ への全射グラフ準同型 $\pi: T(Q) \rightarrow \Gamma(Q)$ を一定の仕方で構成することができる. 即ち, 無限の過去からある有限時刻までの無限長のパス全体を考え, パスの端点に $\Gamma(Q)$ の遷移規則を適用して端点を延長する遷移を考えればよい. これを規準的解きほぐしと呼ぼう. $(T(Q), \pi)$ は Q のプロセスとしての表現と考えられる.

5.3. システムプロセス $P(A)$. 処理方式 $A \in \{\text{FCFS}, \text{LCFS}\}$ に対し, $T(Q)$ 上の構造として, 待ち合わせ系のシステムプロセスの一表現を得ることができる. まず, $T(Q)$ の頂点 v を一つとる. 有向辺 $e = \text{Pre}(v) := (\text{Boss}(v), v)$ のラベル $L(e)$ が $L(e) \in \{*, \overline{\text{out}}\}$ であれば空集合, $L(e)$ が in であれば, v が $T(Q)$ において生成する部分木の中で, v に伴って系に入った客の処理直後の状態以後の辺と頂点を全て取り除いて得られる v を頂点とする $T(Q)$ の部分木 $P(A)(v)$ を対応させる. この対応を $P(A)$ とする.

$T(Q)$ 上の構造 $P(A)$ は, 待ち合わせ過程の情報を全て持っている. $P(A)(v)$ は当該状態で入った客が系から退出するまでに, 系が処理するプロセスである. $P(A)$ により, 例えば, 待ち合わせ過程を幾何学的に観察することができる. FCFSでは $P(A)(v)$ の木の形は底辺が揃っており, v の空間軸方向へのシフトに対して相似拡大する. v の生成する木に添って $P(A)(v)$ の森を見ると, 空間軸と時間軸正の無限大方向に流れて行き, 大きくなっていく. LCFSでは, $P(A)(v)$ は v の位置に依存せず, 空間軸と時間軸正の無限大方向に大きく引き伸ばされて発散していることがわかる.

²頂点集合 V , ラベル集合を L にもつ遷移系 Γ とは, 部分集合 $\Gamma \subset V \times L \times V$ のこと. ここでは, 集合 $\{x, y \in V \mid (x, l, y) \in \Gamma\}$ が, 全ての $(v, l) \in V \times L$ に対して高々1つという条件を満たすもののみが出てくる. この条件は決定性と呼ばれる. $V \times L$ 上の射像としては, 定義域が縮んでいるため, 正確には不完全決定性オートマトンである.

5.4. 解プロセス S . 最後に、この系の実現自由度を考え、解プロセス $S(A)$ の表現を試みよう。一つの処理は、要求の発生 in とその処理 out の対 $in.out$ によって成立する。処理の要求と空な要求は任意に選択でき、この系の提供できる自由度である。このような要求の完全に自由なプロセスはラベル $\{*, in.out\}$ をもつ2進木 $Bin(*, in.out)$ と考えられる。システムプロセス $(T(Q), P(A))$ は、実現自由度の2進木 $Bin(*, in.out)$ の部分木に対して必要な時間資源を対応させる写像（またはその逆）を定義する。これは、処理の要求と空要求の自由度に対して、資源消費を対応させる写像であり、この待ち合わせ系が提供するプロセスの表現と考えることができよう。何らかのサービスは資源の消費を伴うから、サービスの具体的内容（ $Bin(*, in.out)$ の部分木）が資源の関数として与えられるのは自然だと考えられる。

なお、LCFSの場合、無限時間軸にわたる要求空要求の自由度に対して、このプロセスは空である。有限部分木の世界でプロセスを捉えることはできる。これは、完全な処理を処理 $in.out$ の成立の条件としているからである。

プロセスを捉えるには、個々のプロセス・オートマトン・アルゴリズムの具体的構造に依存せずに、プロセスの定義やアルゴリズム（オートマトン）からプロセスへの対応を得ることが必要である。これによってはじめて、答えとは独立に問題を捉えることが可能となり、システムの能力定義を普遍的論理によって与えることが可能となる。ここで考察した例は、そのための小さな一歩に過ぎない。実際、システムプロセスや解プロセスの定義は、待ち合わせ系のオートマトンとしての構造を直接用いている。この依存性を一つ一つ取り除いて、上記の定義を拡張・改良し、依存性のない定義に至ることが今後の主目標である。圏論的方法の導入によって、これを進めることが考えられる。

6. まとめ

システム性能評価の複雑性の困難に対し、問題の定式化、原因の分析、解決のシナリオをインフォーマルに与えた。また、簡単な待ち行列モデルに対して、システムプロセスに初歩的な形式化を与えた。

Bibliography

- [1] Brockmeyer, E., et. a., "The life and works of A. K. Erlang," Trans. Danish Acad. Tech. Sci., No. 2, Copenhagen (1948).
- [2] 藤木, 雁部, 通信トラヒック理論. 丸善 1980.
- [3] Milner, R., *Communication and Concurrency*. Prentice Hall 1989.
- [4] 廣瀬 健 他 監訳, コンピュータ基礎理論ハンドブックII, 形式的モデルと意味論. 丸善. 1992(原著, ed. van Leeuwen, J., et. al., *Hanbook of Theoretical Computer Science*, Volume B: Formal Models and Semantics. 1990).
- [5] Shimogawa, S., Nojo, S. and Betchaku, T. (1993). Self-similar phenomena in an ATM video cell fow, Proc. of Symp. for Performance Models in Information and Communication Networks, ed. M. Mori et al., Numazu Japan.
- [6] Turner, J. S. (1986). New directions in communications (or which way to the information age?), IEEE Commun. Mag., vol. 24, no. 10, pp. 8-15.
- [7] Kawarazaki, M., Okada, T. and Sasakawa, M. (1988). Perspective of ATM communication technique-Evolution to boradband communication network, J. IEICE, vol. 71-B-I, pp. 806-814 (in Japanese).
- [8] Campanella, S. J. (1976). Digital speech interpolation, COMSAT Tesch. Rev., vol. 6, pp. 127-158.
- [9] Verbiest, W. and Pinno, L. (1989). A variable bit rate video codec for asynchronus transfer mode networks, IEEE, J. Selected Areas Commun., vol. 7, pp. 761-770.
- [10] Heffes, H., and Lucantoni, D. (1986), A Markov modulated characterization of packetized voice and data traffic and related statistical multiplexer performance, IEEE J. Selected Areas Comm. 4 6, 855-868.
- [11] Woodruff, G. M., Rogers, R. G. H. and Richards, P. S. (1988). A congestion control frame work for high-speed integrated packetized transport, Proc. GLOBECOM'88, pp.7.1.1-7.1.5.
- [12] Saito, H. and Shiomoto, K. (1991). Dynamic call admission control in ATM network, IEEE J. Selected Areas Commun., vol. 9, pp. 982-989.
- [13] Takayasu, H. (1986). Fractals, Asakura, Tokyo (in Japanese).
- [14] Mandelbrot, B. (1983). The Fractal Geometry of Nature. Freeman, San Francisco (translated in Japanese, Nikkei Science, Tokyo. 1984).
- [15] Berger, M., and Mandelbrot, B. (1963). A new model for clustering of errors on telephone circuits. IBM J. Res. Develop., vol. 7, pp. 224-236.
- [16] Mandelbrot, B. (1965). Self-similar error clusters in communications systems and the concept of conditional stationarity, IEEE Trans. on Comm. Tech. vol. 13, pp. 71-91.
- [17] Mandelbrot, B. (1967b). Some noise with 1/f spectrum, a bridge between direc current and white noise, IEEE Trans. on Info. Theory, vol. 13, pp. 289-298.
- [18] Kahane, J. P. (1971). The technique of using random measures and random sets in harmonic analysis, Advances in Probability and Related Topics, Ed. P. Ney, Marcel Dekker, vol. 1, pp. 67-101.
- [19] Mandelbrot, B. (1967a). Sporadic random functions and conditional spectral analysis; sel-similar examples and limits, Proc. Fifth (1965) Berkeley Symp. on Math. Stat. Probab., edited by Lucien LeCam and J. Neyman, Berkeley and Los Angeles University of California, Press 3, pp. 155-179.
- [20] Sato, K. (1990). Additive Processes. Kinokuniya, Tokyo (in Japanese).
- [21] Daley, D. J. and Vere-Jones, D. (1988). An Introduction to the Theory of Point Processes, Springer-Verlag, NewYork.
- [22] Franken, P., Köig, D., Arndt, U. and Schmidt, V. (1982). Queues and Point Processes, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.
- [23] Wiener, N. (1933). The Fourier Integral and Certain of its Applications, Dover, NewYork.
- [24] Reichl, L. E. (1980). A Modern Course in Statistical Physics, University of Texas Press, Texas.

- [25] Veraat, W. (1985). Sample path properties of self-similar processes with stationary increments, *Ann. Probab.*, vol. 13, pp. 1-27.
- [26] Musha, T. and H. Higuchi (1976). The 1/f fluctuation of a traffic current on an expressway, *Japan J. Appl. Phys.* vol. 15, pp. 1271-1275.
- [27] Fowler, H. J. and Leland, W. E. (1991). Local area network traffic characteristics, with implication for broadband network congestion management, *IEEE J. Selected Areas Comm.* vol. 9, pp. 1139-1149.
- [28] Leland, W. E., Taqqu, M. S., Willinger, W. and Wilson, D. V. (1993). On the Self-similar Nature of the Ethernet Traffic, *Computer Communication Review*, vol. 23 no. 4, pp. 183-193.
- [29] Boylan, E. S., Local times for a class of Markoff processes, *Illinois J. Math.* 8, 19-39(1964).
- [30] Lamperti, J. W., Semi-stable stochastic processes, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 104, 62-78 (1962).
- [31] Leland, W. E., et al., On the self-similar nature of Ethernet traffic, *Computer Communication Review*, 23, 4, 183-194(1993).
- [32] Fowler, H. J., et al., Local area network traffic characteristics, with implication for broadband network congestion management, *IEEE J. Selected Areas Comm.* 9 7, 1139-1149 (1991).
- [33] Kesten, H., and Spitzer, F, A limit theorem related to a new class of self similar processes, *Z. Wahrsch. verw. Geb.* 50, 5-25(1979).
- [34] 前島 信, Self-similar process と極限定理, *数学*, 40, 19-35 (1988).
- [35] Mandelbrot, B., Sporadic random functions and conditional spectral analysis: self-similar examples and limits, *Proc. of the Fifth Berkeley Symp. on Math. Stat. Prob.* 1967.
- [36] 佐藤健一, 加法過程. 紀伊国屋, 1990.
- [37] 下川他, ATM動画像統計多重におけるフラクタル性, 1992年度OR学会周期研究発表会, 1-C-6, 1992.
- [38] Aczel, P., Non-well-founded Sets, *CSLI Lecture Notes* 14. CSLI 1988.
- [39] 萩谷 昌巳, ソフトウェア科学のための論理学, 岩波講座ソフトウェア科学11. 岩波 1994.
- [40] Hoare, C.A.R., *Communicating Sequential Processes*. Prentice-Hall 1985 (邦訳, 吉田信博, ホーアCSPモデルの理論 丸善 1992)
- [41] Milner, R., *Communication and Concurrency*. Prentice-Hall 1989.
- [42] 下川信祐, Modeling of infinitely intermittent traffic streams via the Palm theory, 1994年度日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp195-196(1994).
- [43] Shingawa, S., and Takahashi, Y., On a set of interdeparture time distributions of the M/G/1 queue with server vacations, *J. Operat Res. Soc. Japan*, Vol. 36, No. 4, pp.206-219(1993).
- [44] 齊藤 洋, これからのトラヒック設計を目指して: ノンパラメトリック法によるATMセル損失評価, *電子情報通信学会論文誌, B-I*, Vol. J 76-B-I, No. 3, pp.197-208(1993).
- [45] Takagi, H., *Analysis of Polling Systems*. MIT Press. 1986.
- [46] Tasaka, S., *Performance Analysis of Multiple Access Protocols*. MIT Press. 1986.
- [47] 下川 信祐, 輻輳論から可能性世界論へー性能評価の複雑化を克服する枠組みの模索ー, 情報通信ネットワークに関する性能評価モデルの総合的研究(科研費総合研究(A) 課題番号05302066, 研究代表者 橋田 温) シンポジウム報文集, pp.444-453, 1995.
- [48] 渡辺 治, 計算可能性・計算の複雑さ入門. アルゴリズムシリーズ 3, 近代科学社, 1992.
- [49] 井田 哲雄, 計算モデルの基礎理論. 岩波講座ソフトウェア科学 12, 岩波, 1991.
- [50] McLarty, C., *Elementary Categories, Elementary Toposes*. Oxford Logic Guides, 21, Clarendon Press, Oxford 1995.
- [51] Shimogawa, S., Nojo, S., and Tominaga, T., A bursty teletraffic flow with an intensity of zero, WC1.2, in *Proc. Third INFORMS Telecom. Conf.*, Sponsored by the INFORMS Technical Section on Telecomm., Florida, 1995.
- [52] 辻下 徹, 複雑系の動的挙動の記述法ー力学系・時系列・遷移系ー, *応用物理*, 64, 2, pp.126-132(1995).

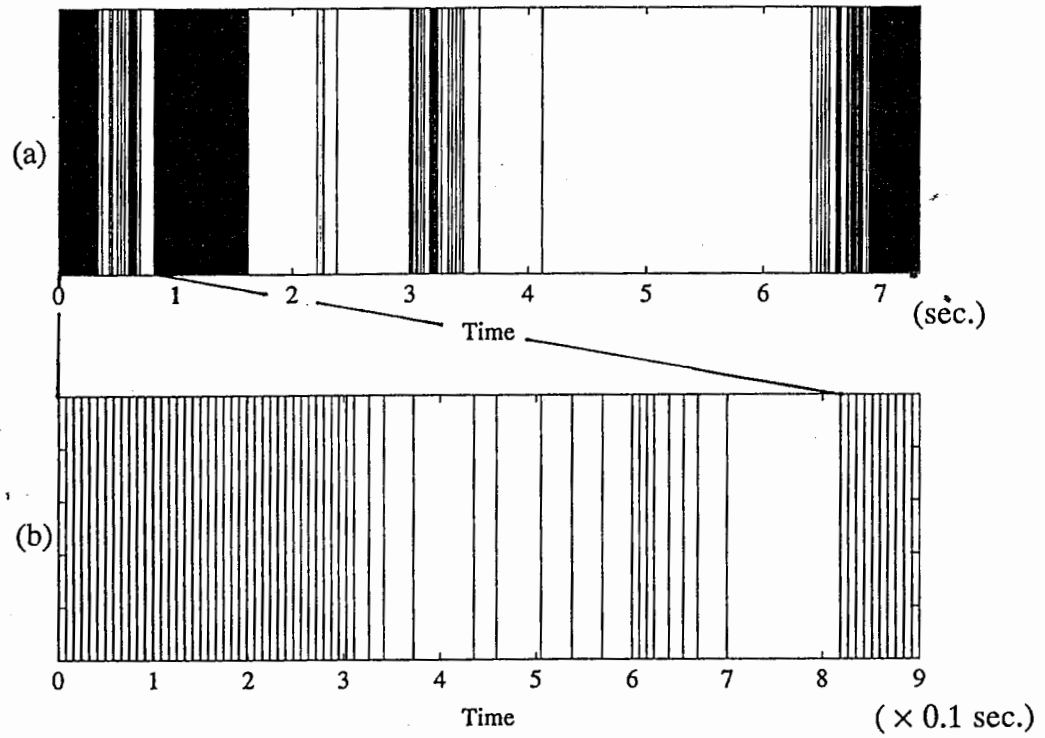


Fig. 1. The measured cell overflow points.

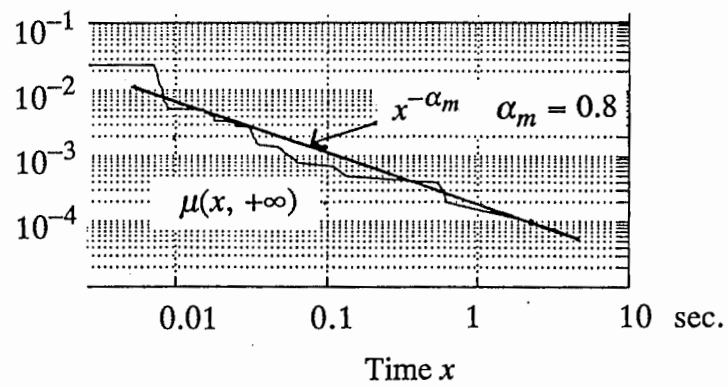


Fig. 2. The measured inter-cell-loss time distribution.

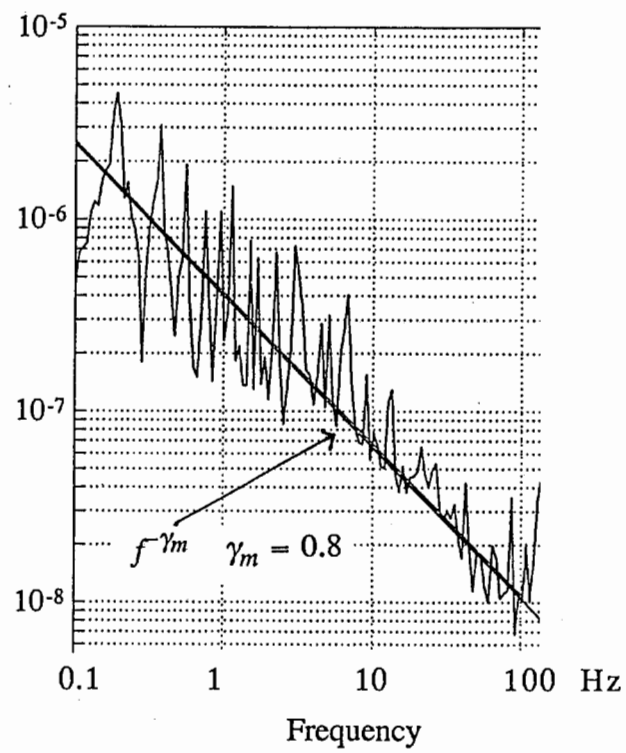


Fig. 3. The measured inter-cell-loss time distribution.