TR-I-0221

歪み尺度測地線を用いた音声スペクトルの補間
Spectral Interpolation using Distortion Geodesic Lines

杉山 雅英
Masahide SUGIYAMA

概要

音声をARモデルのパラメータを用いてユークリッド空間の点と見ることができる。スペクトル距離尺度(歪み尺度)がユークリッドであれば直線が2点間の最短経路を与えるが、そうでなければ直線とは限らない。歪み尺度は空間に歪みをもたらし、最短経路も歪んでしまう。以下では歪み尺度による最短経路を'歪み尺度測地線'と呼び、その性質を述べ音声スペクトルの補間への応用を述べる。最初に歪み尺度測地線の定式化を述べ、それが存在する条件、リーマン計量との関係を調べる。さらにWLR尺度を含むあるクラスの歪み尺度に対して、相関係数(またはケプストラム係数)上での線形補間において成り立つ不等式を証明し、この不等式の解釈を述べる。最後に測地線を用いた音声スペクトルの補間について、相関領域の補間が適切であることを実験的に示す。

目次

1 まえがき

音声を AR モデルのパラメータを用いてユークリッド空間の点と見ることができる。スペクトル距離尺度（歪み尺度）がユークリッドであれば直線が 2 点間の最短経路を与えるが、そうでなければ直線とは限らない。歪み尺度は空間に歪みをもたらし、最短経路も歪んでしまう。以下では歪み尺度による最短経路を’歪み尺度測地線’と呼び、その性質を述べ音声スペクトルの補間への応用を述べる [1],[2],[3],[4]。

音声認識において種々のスペクトル歪み尺度が検討されている。LPC ケプストラム係数のユークリッド距離よりもその非線形変換によって得られるパラメータを組み合わせた歪み尺度の方が、認識性能が高いことが示されている。その非ユークリッド歪み尺度が音声認識における特徴パラメータの識別において本質的であるとすると、それから導かれる歪み尺度測地線も 2 つのスペクトルの補間において本質的な役割をはたす可能性がある。そのような観点から、本報告においては、音声認識においてその有効性が報告されている歪み尺度の中から WLR 尺度と WGD 尺度を取り上げて議論を進めることにする。これらの歪み尺度は通常の入力環境における認識性能の優れているばかりでなく、雑音環境下での音声認識などに対して効果が確認されている。

音声の空間を微分幾何学的に考察した例は少ない。文献 [5] は AR モデルの空間のリーマン計量を LPC 分析で得られるパラメータ（反射係数）で表現することを試みている。情報理論（確率密度関数の作る空間）と微分幾何学とを融合した’情報幾何学’を提唱しその発展として、文献 [6] では線形システムの中の AR モデルの作る空間に関する微分幾何学的な考察を行なっている。

本報告は以下のように構成されている。第 2 節で歪み尺度測地線の定式化、それが存在する条件などの述べる。さらに、リーマン計量との関係を調べる。第 3 節では WLR 尺度を含むあるクラスの歪み尺度に対して、相関係数（またはケプストラム係数）上での線形補間において成り立つ不等式を証明する。さらに、この不等式の解釈を述べる。第 4 節で測地線を用いた音声スペクトルの補間について、相関領域の補間が適切であることを実験的に示す。

補足的に本研究の動機を述べる[1]。この研究は筆者が NTT 基礎研究所に在籍中に行なわれたものである。NTT 在籍中に筆者を含めて何人かで情報幾何学のセミナーを行なっており、東京大学の甘利教授の提案された微分幾何学を用いた情報理論に関する新しい解釈について学んでいた。微分幾何の接続の理論や射影の理論を学んだ訳であるが、これらを何か音声に適用できないかと思案していた。おりしも、音響学会の全国大会において楕円体を用いた調音結合の説明の検討が発表され、その上で最小距離曲線（測地線）を用いていたのが、目に留まった。そこで、楕円体等というふたしかなものを考えるよりはより一般的な多様体を考えた方が良いように思われ、さらに最小距離曲線についても興味を向けられた。従来から LPC 分析に基づくスペクトル距離ついて検討してきたので、その距離（歪み）尺度に基づく最小距離曲線という考え方にいきついた訳である。このように定式化ができると、その最小距離曲線が実は微分幾何学でいう測地線になりそうであることや、さらに与えられた距離の局所的な性質で微分幾何のリーマン計量が決定されることなどがわかってきた。そこで、これを何か音声に直接的に役に立たせたいと考えてスペクトルの補間の問題に適用することにした。この問題はやはり音響学会の大会で名古屋大学の板倉研究室から新たな音声スペクトルの補間についての発表が動機になっている。以上のようにいろいろの刺激がこの研究の動機となっており、また理論の展開などにおいては、セミナーの仲間との討論や助言が大きな助けとなっている。また、一方 WLR 尺度などを他の特徴量空間に変換することによりユークリッド距離と見なせないかという、要求がありそれに対して何らかの回答を与えたいという動機があった。これに対しては以下の章で最終的に否定的に解決されることになる（命題 20）。またそれとは別に信州大学の松本教授の提案された、重み付け群遅延距離 (WGD) の正値性について証明がなされておらず、教授との討論を通じてその証明の可能性を（反例の作成の難しさを感じたので）信じるようになっており、それに対しても本検討が一つの大きなヒントを与えてくれている（命題 21）。このような一見無関係でどうでも良いような研究と思われがちな研究が実はいろいろな局面で他の研究課題と結び付いているのを見ると、研究をその時の（その判断者の知見に基づき）研究レベルで役に立たないと否定的にとらえる研究管理者に対して、研究の価値に対する考え方を変えることを示唆しているように思われる。

[1] 本研究は著者が NTT 基礎研究所に在籍中なされたものである。

2 歪み尺度測地線の定義とその性質

2.1 歪み尺度測地線の定義

ユークリッド空間 R^p の部分集合 D の任意の 2 点 x, y の間に距離尺度（歪み尺度）$d(x,y)$ が与えられているとする。始終端を x, y とする D 上の曲線

$$C = x(t) = (x_i(t)) \ \ (0 \le t \le 1) \ \ (x = x(0), y = x(1))$$

において $x_i(t)$ は簡単のため区分的 C^1 級とする。区間 $[0,1]$ の N 分割を Δ とし、その点を t_n とする。t_n に対応する C 上の点を $x(t_n)$ とし、$d(x,y)$ を用いて d に関する C に沿った長さ $L(C)$ を以下のように定義する。

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots\dots < t_N = 1$$

$$L(C,\Delta) = \sum_{n=1}^{N} d(x(t_{n-1}), x(t_n))$$

$$L(C) = \lim_{|\Delta|\to 0} L(C,\Delta) \qquad (1)$$

ただし、$|\Delta| = \max_n |t_{n-1} - t_n|$ とする。C を変化させた時の $L(C)$ の下限を、x, y の間の最短の長さ $\rho_d(x,y)$ とし、それを与える曲線 C_d を歪み尺度測地線と呼ぶことにする。

$$\rho_d(x,y) = \inf_C L(C)$$

この概念図を図 1 に示す。

2.2 歪み尺度測地線の性質

歪み尺度が距離の公理を満たさない場合でも、新たに定義される尺度が距離の性質を持つことと、および歪み尺度は距離（ノルム）のオーダーでなければならないこと示す。

命題 1 $d(x,y)$ が非負値かつ対称である時、$\rho_d(x,y)$ は数学的な距離の公理を満たす[8]。

$$d(x,y) \geq 0; d(x,y) = 0 \iff x = y$$

$$d(x,y) = d(y,x)$$

$$d(x,z) \leq d(x,y) + d(y,z) \qquad (2)$$

命題 2 *(1)* d が数学的な距離であれば、以下の不等式が成り立つ。

$$\rho_d(x,y) \geq d(x,y)$$

(2) d がノルムである時、以下の等式が成り立つ。

$$\rho_d(x,y) = d(x,y)$$

(3) d が単に距離の公理を満たすだけの場合には等式が成り立たない例を作成可能である。

以上の命題から $d(x,y), \rho_d(x,y)$ の関係が分かった。以下では WLR, WGD 尺度などのような数学的な距離の公理を満たさない尺度の場合が我々の興味のあるところであるので、上で得られた性質はあてはまらない。

命題 3 *(1)* $d(x,y)$ が、ある正の定数 c_1, c_2 とノルムとを用いて以下のように押えられる時、$\rho_d(x,y)$ も同様に押えられる。

$$d(x,y) \leq c_1 d^*(x,y) \rightarrow \rho_d(x,y) \leq c_1 \rho_{d^*(x,y)}$$

$$d(x,y) \geq c_2 d^*(x,y) \rightarrow \rho_d(x,y) \geq c_2 \rho_{d^*(x,y)}$$

(2) $d(x,y)$ が、ある正の定数 c_1, c_2 とノルムとを用いて以下のように押えられる時、$\rho_d(x,y)$ も同様に押えられる。

$$d(x,y) \leq c_1 \|x-y\| \rightarrow \rho_d(x,y) \leq c_1 \|x-y\|$$

$$d(x,y) \geq c_2 \|x-y\| \rightarrow \rho_d(x,y) \geq c_2 \|x-y\|$$

命題 4 定数 $c_1 > 0, 0 < \alpha < 1, \beta > 1$ とノルムとを用いて押えられる時、次の関係式が成り立つ。

$$c_1 \|x-y\|^\alpha \leq d(x,y) \rightarrow \rho_d(x,y) = \infty$$

$$c_1 \|x-y\|^\beta \geq d(x,y) \rightarrow \rho_d(x,y) = 0$$

WLR 尺度 [12] に関して以下の命題が成り立つ。従って、命題 3が適用できる。

命題 5 d_{WLR} 尺度は以下のように正の定数 c を用いて上から押えられる。

$$d_{WLR}(x,y) \leq c\|x-y\|$$

命題 6 集合 D から $D^* \subset R^p$ への *1* 対 *1* の変換 $\phi \in C^1$ と D^* での距離 D^* を用いて、距離 $d_\phi(x,y) = D^*(\phi(x), \phi(y))$ と定義される時、d_ϕ の測地線は $D^* = \phi D$ での D^* の測地線の逆像 ϕ^{-1} に一致する。

2.3 歪み尺度とリーマン計量との関係

与えられた歪み尺度の歪み尺度測地線がリーマン計量とどのように関係しているかを調べる。リーマン計量は曲面の性質を特徴づける基本的な量であり、通常は多様体（曲面）が与えられ、その接ベクトル空間の独立基の内積として定義される。リーマン計量を持つ多様体はリーマン多様体と呼ばれる。従って、音声スペクトルの空間は歪み尺度という量を用いてリーマン多様体と見ることができるということになる。

命題 7 *(1)* 歪み尺度 d が距離のオーダーであって、$d(x,x)=0$ を満たし、C^2 級であれば、次の等式が成り立つ。

$$L(C)=\int_0^1\sqrt{\sum_{i,j=1}^{p}\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i\partial x_j}\frac{dx_i}{dt}\frac{dx_j}{dt}}dt \quad (3)$$

ここで、$x_i(t)$ は曲線 C の第 i 座標関数に対応している。
(2) 上で定まる $L(C)$ はパラメータ x の取り方に依存しない。
(3) 上で定まる $L(C)$ はパラメータ t の取り方に依存しない。

ここで、行列 $g_{ij}=\frac{\partial^2 d(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}$ はリーマン計量と呼ばれる。各種の歪み尺度に対するリーマン計量を表 1 に示す。

LR, CEP, COSH のリーマン計量は定数の差を除いて一致するので、それから導出される距離 $\rho(x,y)$ は定数の差を除いて一致する。また、測地線はリーマン計量で決定されるので、それらの測地線は一致する。WLR, COR は CEP のリーマン計量の被積分関数 $2\partial_i\log f\partial_j\log f_j$ に f, f^2 をかけて得られる。この積分表示式を用いて、WGD 以外の尺度のリーマン計量は正定値行列であることが示される。

命題 8 *(1) LR, CEP 及び COSH* 尺度のリーマン計量は定数の差を除いて一致する。
(2) $2\rho_{LR}=\rho_{CEP}=\rho_{COSH}$
(3) LR, CEP 及び COSH 尺度の歪み尺度測地線は一致する。
(4) LR, CEP, COSH, COR 及び WLR 尺度のリーマン計量は正定値行列である。

これらの性質は非常に驚きであり、上のような LR, CEP, COSH は見ためが異なっているが測地線という観点からは全く同一であり、さらに導出される測地線距離は定数の差を除けば同一になるという結果は予想外のものといえる。しかしながら、測地線が距離計算における局所的な性質から決定されるということと上の尺度は局所においては非常に似た尺度であるという Gray 等の結果を用いれば当然の結果と見ることもできる。距離尺度の研究が始まったころの論文が再登場することになる。以上に述べてきたように歪み尺度与えた時に、ある原理に基づく合理的な補間の方法が与えられたことになる。即ち、以下の問題に対し 1 つの解を与えたことになる。

問題

問題 1 与えられた歪み尺度を用いて合理的な原理に基づくスペクトルの補間を与えること

表 1: 種々の歪み尺度のリーマン計量

尺度	パラメータ表示	積分表示
LR	$\partial_i c\cdot\partial_j c$	$\partial_i\log f\partial_j\log f$
CEP	$2g_{ij}^{LR}$	$2g_{ij}^{LR}$
COSH	$2g_{ij}^{LR}$	$2g_{ij}^{LR}$
WLR	$\partial_i r\cdot\partial_j c+\partial_j r\cdot\partial_i c$	$2(\partial_i\log f\partial_j\log f)f$
COR	$\partial_i r\cdot\partial_j r$	$2(\partial_i\log f\partial_j\log f)f^2$
WGD	$\partial_i r\cdot\partial_j\tilde{c}+\partial_j r\cdot\partial_i\tilde{c}$	$\partial_i f\partial_j T(f)+\partial_j f\partial_i T(f)$

c: LPC ケプストラムベクトル $c=(c_1,c_2,\ldots,c_m,\ldots)$,
r: LPC 相関係数ベクトル $r=(r_1,r_2,\ldots,r_m,\ldots)$,
$\tilde{c}:(mc_m)=(c_1,2c_2,\ldots,mc_m,\ldots)$
$\cdot$: 内積, $T(f)$: f の Group Delay function

2.4 測地線を決定する微分方程式

歪み尺度測地線が微分幾何学的な測地線に一致することがわかった。測地線は以下の微分方程式を満たすことが知られている [10]。

$$\frac{d^2x_i}{dt^2}+\sum_{j,k}\Gamma^i_{jk}\frac{dx_j}{dt}\frac{dx_k}{dt}=0\quad(i=1,\ldots,p) \qquad (4)$$

ここで、Γ^i_{jk} はクリストフェルの記号である。その境界値問題を解くことによって測地線を算出できる。クリストフェル記号とリーマン計量との間には以下のような関係がある [9]。従って、リーマン計量が一致すればクリストフェルの記号も一致し、それで決まる測地線は一致するといえる。

$$\Gamma^i_{jk}=\sum_m g^{im}[jk,m] \qquad (5)$$

ここで、$[jk,m]$ および g^{im} は以下のように定義される。

$$[jk,m]=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{jm}}{\partial x_k}+\frac{\partial g_{km}}{\partial x_j}-\frac{\partial g_{jk}}{\partial x_m}\right) \qquad (6)$$

$$g^{ij}g_{jk}=\delta_{ik} \qquad (7)$$

以上の考察から歪み尺度測地線はリーマン計量 (g_{ij})、クリストフェルの記号 Γ^i_{jk} を算出し、その微分方程式を解くことで求めることができることがわかった。以降の節では、歪み尺度測地線を LPC パラメータの補間曲線で近似することを検討する。次節はその基礎となる 1 つの不等式を示す。

3 測地線上の歪み尺度の不等式

本節では LPC 分析で得られるスペクトルに関する補間を考察する。$f^{(0)},f^{(1)}$ をスペクトル上で線形補間する N

個のスペクトルを $f^{(0)} = f_1, f_2, \ldots, f_N = f^{(1)}$ とする。前節で述べた p 次元ベクトル空間における補間と LPC スペクトル空間における補間とは同一の概念になるが、ここでは LPC スペクトル空間を含む連続関数の空間における補間について検討する。この両者は異なるものであるが、低次の相関係数が一致することから、実質的には非常に似たものとなる。この概念図を図 2に示す。

3.1　一般化された不等式

WLR 尺度に対して成り立つ命題をさらに一般化した形でベクトル空間とその上での内積を用いて述べることにする。

命題 9 V をベクトル空間、S, T を V の上の任意の写像とする。

$$S : V \to V, \quad T : V \to V.$$

さらに任意の $f, g \in V$ に対して内積 $(*,*)$ を用いて以下の式で定義される $[f,g]^2$ は、非負値の実数値関数とする。

$$[f,g]^2 = (Sf - Sg, Tf - Tg), \tag{8}$$

任意の $f^{(0)}, f^{(1)} \in V$ に対して Sf_n $(n = 0, \ldots, N)$ を $Sf^{(0)}$ および $Sf^{(1)}$ の線形補間とする。

$$Sf_n = Sf^{(0)} + \frac{n}{N}(Sf^{(1)} - Sf^{(0)}). \tag{9}$$

この時、以下の等式、不等式が成り立つ。

$$\sum_{n=1}^{N} [f_n, f_{n-1}]^2 = \frac{1}{N}[f^{(0)}, f^{(1)}]^2, \tag{10}$$

$$\sum_{n=1}^{N} [f_n, f_{n-1}] \le [f^{(0)}, f^{(1)}], \tag{11}$$

ここで、等式は全ての $[f_{n-1}, f_n]$ が等しい場合に限り成立する。
(2) S が線形写像の場合は式 (9) は以下のように簡単化できる。

$$f_n = f^{(0)} + \frac{n}{N}(f^{(1)} - f^{(0)}). \tag{12}$$

[2]

$$d_{S,T}(f,g) = (Sf - Sg, Tf - Tg) \tag{13}$$

で定義される歪み尺度に対して式 (10), (11) は以下のような命題になる。

[2] $[f,g]^2$ は、非負値の実数値関数としているが、式 10のみであれば非負値でなくとも成り立つ。

命題 10 $V, S, T, [f,g]^2, Sf_n$ $(n = 0, \ldots, N)$ は上と同様とする。
この時、以下の等式、不等式が成り立つ。

$$\sum_{n=1}^{N} d_{S,T}(f_n, f_{n-1})^2 = \frac{1}{N} d_{S,T}(f^{(0)}, f^{(1)})^2, \tag{14}$$

$$\sum_{n=1}^{N} d_{S,T}(f_n, f_{n-1}) \le d_{S,T}(f^{(0)}, f^{(1)}), \tag{15}$$

ここで、等式は全ての $d_{S,T}(f_{n-1}, f_n)$ が等しい場合に限り成立する。

上の等式を用いると、分割点を増やした時の 2 乗和が 0 になることが直接的に示される。

命題 11

$$\lim_{N \to +\infty} \sum_{n=1}^{N} d_{S,T}^2(f_{n-1}, f_n) = 0$$

命題 12 $l_N = \sum_{n=1}^{N} d_{S,T}(f_{n-1}, f_n)$ とすると、以下の不等式を満たす。

$$l_N \ge l_{kN} \quad (k = 1, 2, \ldots) \tag{16}$$

さらに次のような一種の凸性を容易に示すことができる。

命題 13 $f^{(0)}, f^{(1)}$ を内分する点 $f_t = (1-t)f^{(0)} + tf^{(1)}$ に対して次の不等式を満たす。

$$0 < d_{S,T}(f^{(0)}, f_t) < d_{S,T}(f^{(0)}, f^{(1)}) \tag{17}$$

ただし、$t = 1/N (N = 1, 2, 3, \ldots.)$。

スペクトルに対する任意の非線形変換 T を用いて尺度 d が以下のように定義される場合に対しても同様に成り立つ。但し、不等式を導く過程で、尺度値の 2 乗が非負であることを用いているが、以下のように尺度を定義したとき、非負であるという保証はない。従って、不等式は尺度の 2 乗が常に非負である時成り立つことになる。ここで

$$d_T^2(f^{(0)}, f^{(1)})$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} (f^{(0)}(\lambda) - f^{(1)}(\lambda))(T(f^{(0)}(\lambda)) - T(f^{(1)}(\lambda))) \frac{d\lambda}{2\pi} \tag{18}$$

また内積形で表現しても同様に一般化した形で成り立つ。

$$d_T^2(f^{(0)}, f^{(1)}) = \sum_{m=1}^{M} (r_m^{(0)} - r_m^{(1)})(T(r_m^{(0)}) - T(r_m^{(1)})) \quad (19)$$

ここで M は打ち切り次数であり、$+\infty$ であっても良い。

> **命題 14** 上で定義した尺度 d_T に対して命題 *10*が成り立つ。また、d_T^2 が非負であれば命題 *11 - 13* が成り立つ。

3.2 測地線上の WLR の不等式

WLR 尺度は以下のように定義される。

$$d_{WLR}^2(f^{(0)}, f^{(1)})$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} (f^{(0)}(\lambda) - f^{(1)}(\lambda))(\log f^{(0)}(\lambda) - \log f^{(1)}(\lambda)) \frac{d\lambda}{2\pi} \quad (20)$$

これは LPC パラメータを用いて以下のように計算される。

$$d_{WLR}^2(f^{(0)}, f^{(1)}) = \sum_{m=1}^{M} (r_m^{(0)} - r_m^{(1)})(c_m^{(0)} - c_m^{(1)}) \quad (21)$$

ここで M は打ち切り次数である。r_n は LPC 相関係数、c_n は LPC ケプストラム係数である。

式 (20) で定義される WLR 尺度は式 (13) の形を満たすので、上で述べた命題が成り立つ。

> **命題 15**
>
> $$\sum_{n=1}^{N} d_{WLR}^2(f_{n-1}, f_n) = \frac{1}{N} d_{WLR}^2(f^{(0)}, f^{(1)})$$

> **命題 16**
>
> $$\lim_{N \to +\infty} \sum_{n=1}^{N} d_{WLR}^2(f_{n-1}, f_n) = 0$$

命題 15を用いて以下の不等式を証明できる。

> **命題 17**
>
> $$\sum_{n=1}^{N} d_{WLR}(f_{n-1}, f_n) \le d_{WLR}(f^{(0)}, f^{(1)})$$
>
> 等号が成立するのは、全ての $d_{WLR}(f_{n-1}, f_n)$ が等しい時に限る。

この不等式は、通常の距離に対して成り立つ三角不等式が WLR 尺度に対して成り立たないことを示しているばかりか、逆の向きに不等号 (逆三角不等式) が成り立つことを示している。通常、三角不等式を用いて分割点の増加に従い累積距離が単調に増加するのに対して、WLR 尺度に対して単調に減少することがあることを示している。

> **命題 18** $l_N = \sum_{n=1}^{N} d_{WLR}(f_{n-1}, f_n)$ とすると、以下の不等式を満たす。
>
> $$l_N \ge l_{kN} \quad (k = 1, 2, \ldots) \quad (22)$$

さらに次のような一種の凸性を容易に示すことができる。

> **命題 19** $f^{(0)}, f^{(1)}$ を内分する点 $f_t = (1-t)f^{(0)} + tf^{(1)}$ に対して次の不等式を満たす。
>
> $$0 < d_{WLR}(f^{(0)}, f_t) < d_{WLR}(f^{(0)}, f^{(1)}) \quad (23)$$
>
> ただし、$t = 1/N (N = 1, 2, 3, \ldots.)$。

式 (9) からも分かるように、これらの関係式は対数スペクトルの線形補間に対しても成立する。

$d_{WLR}^2(f^{(0)}, f^{(1)})$ が非負であるのは打ち切り次数 $M = +\infty$ の場合のみであるが、現実的には分析次数が $p = 12$ 程度の時 $M = 16$ 程度で非負の発生する頻度は非常に小さい。従って、有限項で打ち切って計算する場合でもある程度高い打ち切り次数をとれば逆三角不等式が成り立つとみて良い。

また一つの応用として以下の問題に対する否定的な回答を与える。

> **問題**
>
> **問題 2** 相関係数を他の空間に変換することによって *WLR* 尺度をその空間の *Euclid* 距離とみなせるか？ その空間を求めよ。

> **命題 20** 相関係数をどのような空間に変換しても *WLR* 尺度と値が等しくなる *Euclid* 距離は作成不可能である。さらにこの性質は *WLR* だけでなく *WGD* を含む一般化された尺度についてあてはまる。

この性質は命題 17 がなりたつことを用いれば明らかである。即ち WLR 尺度は Euclid 距離尺度ではあり得ないからである。

3.3 WGD 尺度について

以下ではそれらの拡張の例として松本によって提案された WGD 尺度について述べる [13]。

$$d^2_{WGD}(f^{(0)},f^{(1)})$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} (f^{(0)}(\lambda) - f^{(1)}(\lambda))(Tf^{(0)}(\lambda) - Tf^{(1)}(\lambda))\frac{d\lambda}{2\pi}$$

$$= \sum_{m=1}^{M} (r_m^{(0)} - r_m^{(1)})(mc_m^{(0)} - mc_m^{(1)})$$

$$= \sum_{m=1}^{M} m(r_m^{(0)} - r_m^{(1)})(c_m^{(0)} - c_m^{(1)}) \tag{24}$$

この尺度は雑音環境下での音声認識において有効であることが示されているが、距離としての重要な性質である、値の非負性が証明されていない。したがって、前にも述べたように、等式は成立するがそれで導かれる不等式の成立は保証されない。この尺度の非負性に関して上で導いた命題 15を用いて大域的にではなく、局所的に非負性を証明すれば良いことが分かる。

命題 21 十分近い $f^{(0)},f^{(1)}$ に対して d^2_{WGD} の非負性が示されれば、全ての $f^{(0)},f^{(1)}$ に対して非負性が成り立つ。

4 測地線を用いたスペクトルの補間について

歪み尺度測地線を用いて音声スペクトルの補間を行なう。種々のLPCパラメータ上での線形補間はパラメータのユークリッド距離に対する歪み尺度測地線とみることができる(命題6)。第2節で考察したように歪み尺度測地線はそのリーマン計量から決まるクリストフェルの記号を係数とする微分方程式で決定される。WLR, WGD 尺度の測地線を計算するためには微分方程式を解かねばならない。ここでは、直接方程式を解くかわりに、その近似曲線として、どのLPC パラメータの上での補間がより適切であるかを検討する。そのために空間を有限個の点で表現してその上で考察することにする。ここでは観測される音声空間を ベクトル量子化し、以下のように J 点で代表させる。

$$V = \{v_1, v_2, \ldots, v_J\}$$

VQ 符号帳の作成条件を表 2に述べる。このとき、長さの最小となる $v_i \to v_j$ となる点列 $(v_{i_1}, v_{i_2}, \ldots, v_{i_n})$ を探索する問題を考える。問題は以下のように書ける。

問題

問題 3 歪み行列 $(d(v_i, v_j))$ が与えられた時、任意の i,j に対して、

$$\rho(v_i, v_j) = \sum_{k=1}^{K} d(v_{i_k}, v_{i_{k+1}}) \tag{25}$$

を最小にする整数値 K と列 $(v_{i_1}, v_{i_2}, \ldots, v_{i_K})$ を求めよ。ただし、 $v_{i_1} = v_i, v_{i_K} = v_j$ とする。

表 2: VQ コードブック作成条件

発声者	男性(1名)
自己相関分析次数	13
LPC 分析次数	12
窓長	256 点 (21.3ms)
サンプリング周波数	12 kHz
学習フレーム数	8192
作成コード数	256

これは多段ネットワークにおける動的計画法と枝刈の手法を用いて効率的に求めることができる。VQ 符号の数 J が充分大きければ、第2節で定義した歪み尺度測地線に近い曲線が得られることが期待される。同時に、2つの VQ コード v_i, v_j に対して種々の歪み尺度測地線を求め、その経路上での WLR, WGD 尺度による長さを算出した。図3に種々の歪み尺度測地線を示す。図では 1,2 次の反射係数[7] (k_1, k_2) 平面に射影して表示している。* は 256 個の VQ 符号である。2 点 v_i, v_j の WLR、WGD 尺度の値及び各歪み尺度測地線に沿った WLR, WGD 尺度による長さを示している。この例では直接 v_i, v_j 間の歪みよりも遠回りした歪みの方が小さくなっている。図では2点を結ぶ直線が最小の曲線であるように思われるが、これは反射係数の空間で表示しているからである。図で REF, COR, CEP, ALF および LSP は反射係数、LPC 自己相関係数、LPC ケプストラム係数 LPC 係数および線スペクトル対パラメータである。表 3に VQ コードの全組み合わせに対する種々の歪み尺度測地線上での d_{WLR} および d_{WGD} 累積値の比較を示す。表中で最短は VQ コードの内挿による最短距離、直接は 2 点間の直接距離を示す。これから次の順序関係が見られる。

$$\rho_{COR}(v_i, v_j), \rho_{CEP}(v_i, v_j) < d(v_i, v_j) < \rho_{LSP}(v_i, v_j)$$

$$< \rho_{ALF}(v_i, v_j), \rho_{REF}(v_i, v_j) \tag{26}$$

ここで、曲線の分点の数は 40 である。本来、最短が最も歪みが小さくなるはずであるが、曲線の探索範囲が VQ 符号 256 に限定されているために、COR 測地線での歪みよ

りも大きくなっている。従って、最短パス探索には、VQ 符号 256 では不十分であることがわかる。

表 3: 種々の歪み測地線上での WLR, WGD 累積値の比較 (全 v_i, v_j の組に対する平均値)

	REF	COR	CEP	ALF	LSP
WLR	1.95	1.18	1.25	2.35	1.32
WGD	4.74	2.25	2.49	6.12	2.76

	最短	直接
WLR	1.23	1.24
WGD	2.29	2.30

また最適パスが直接パスより小なる比率と尺度の打ち切り次数との関係を表 4に示す。打ち切り次数が増加するに連れてその比率が減少することがわかる。WLR, WGD 尺度の打ち切り次数を変えた時の最適パスの変化を表 5に示す。WGD 尺度は打ち切り次数をかえるとその最適パスが全く変化している。

表 4: 最適パスが直接パスより小なる比率と尺度の打ち切り次数との関係

	16	32	128
WLR	.1162	0.079	0.071
	1.235*	1.264	1.269
	1.239**	1.267	1.271
WGD	.0388	0.011	0.007
	2.295	2.562	2.636
	2.297	2.562	2.636

*: 最適パス距離, **: 直接パス距離値

表 5: WLR, WGD 尺度の打ち切り次数 (M) を変えた時の最適パス

尺度	M	VQ 符号の番号
WLR	16	40 → 16 → 231 → 23
	32	40 → 16 → 231 → 23
	128	40 → 16 → 231 → 23
WGD	16	133 → 37 → 128 → 8
	32	37 → 70 → 6
	128	37 → 128 → 8

命題 17は d_{COR}, d_{CEP} 尺度測地線に沿った累積距離値が $d_{WLR}(x,y)$ 以下である上の不等式関係に対応している。ただし、命題 17 はスペクトル上での補間に対して成り立つ不等式であり、上の不等式は p 個からなるパラメータ上での補間に対する不等式である。また d_{CEF}, d_{ALF} 測地線はその存在領域 D_{CEP}, D_{ALF} が凸でないので、正しく求められない場合がある。図 4 に分点の数とその曲線に沿った長さとの関係を示す。どの測地線に対してもだいたい 10 から 20 点程度で収束している。d_{COR}, d_{CEP} 測地線は分点の数に対して単調減少であり、$d_{LSP}, d_{ALF}, d_{REF}$ 測地線に関しては単調増加である。d_{COR}, d_{CEP} 測地線は他の測地線よりも値が常に小さくなっている。LSP パラメータによる補間は分点の個数に大きくは依存しない。これは REF, ALF などと違った性質と見ることができる。また領域 D_{CEP} が非凸であるのに対して、領域 D_{COR} が凸であることを考えると、WLR 尺度の真の測地線の近似として d_{COR} 測地線が適切である。これは基準の尺度を WGD 尺度としても同様である。安定性が問題になる適用分野においては以下の順番となる。

$$COR \succ LSP \succ REF$$

また、認識のような安定性が無視できる適用分野においては以下の順番となる。

$$COR, CEP \succ LSP \succ REF \succ ALF$$

REF, ALF は近い関係にあるように思われるが、REF の方が良い。

図 5に種々の測地線の上のスペクトルを表示する。図 5-(a) に相関領域での補間スペクトル (COR), 図 5-(b) にケプストラム領域での補間スペクトル (CEP), 図 5-(c) に反射係数領域での補間スペクトル (REF) を示す。この表示をスペクトルの補間の滑らかさという観点から見ると、相関領域での補間は REF などの領域での補間に比べて、滑らかさに欠けているように思われる。5

5 未解決の問題

以下に本検討における未解決の問題を列挙する。

未解決の問題

問題 4 *(1) ALF, REF, LSP などの歪み尺度測地線に沿った WLR 尺度による長さは $d_{WLR}(x,y)$ よりも大きいことの証明*

(2) ALF, REF, LSP などの歪み尺度測地線に沿った WLR 尺度による長さは分点の数に対して単調増加であることの証明

(3) WGD 尺度の正値性の証明

(4) 与えられた補間曲線を測地線として実現する歪み尺度を構成すること

(5) すべての点に対して逆向きの三角不等式

$$d(x,z) \geq d(x,y) + d(y,z)$$

が成り立つ時、この空間の性質を述べること

問題(4)では歪み尺度の局所的な性質のみで測地線が決まるので、補間曲線が与えられても歪み尺度を全域で決定することはできない。

6 むすび

スペクトルの補間（運動）を歪み尺度に基づく測地線とその長さという観点から検討した。測地線は、運動距離(長さ)の最小実現という観点から合理的な基準であり、音声スペクトルの運動をそれで説明する 1 つの試みである。AR モデルで表される空間において実際の音声の観測される領域（空間）は限られた部分であることが知られている。従って、実際の音声の補間を議論するためにはその存在空間に対する歪み測地線を求める必要もあろう。WLR および WGD 尺度の測地線に近い相関領域での補間が必ずしもスペクトルの滑らかな補間を与えていないように見えるのは、上で述べたようにその部分空間で求めるべき測地線を、全体空間で測地線を求めようと考えていることが問題である可能性がある。しかしながら、実際の音声の空間を AR モデルの部分空間として規定する方法は難しいと思われる。

測地線は運動の軌跡を与えるが、その速度については何も情報を与えない。従って、音声現象のようなある速度を持った運動の表現には適していない可能性がある。即ち、音声の現象の表現には軌跡とそこでの運動とを最小化する必要があろう。例えば、2 点を結ぶ最小エネルギー曲線に類する概念が必要であろう。最小エネルギー曲線は測地線上に実現されるか？ などの問題が発生する。

今後は、歪み最小以外のエネルギー最小などの基準によるスペクトルの補間方法、スペクトル領域での補間法として提案されている IFIS[14] との関係、WLR 測地線の算出方法、短時間隔たり (10-30ms) の音声による補間の評価、を検討したい。

謝辞

有益な討論を下さった NTT 基礎研究所誉田研究グループリーダ、NTT 伝送研究所の中川主任研究員に感謝します。本研究は著者が NTT 基礎研究所に在籍中なされたものである。

参考文献

[1] 杉山, 歪み尺度測地線を用いた音声の幾何的構造について, 音学講論, 3-4-16, pp.299-300 (1990-03).

[2] 杉山, 歪み尺度測地線を用いた音声スペクトルの補間, 音声研究会資料, SP90-03, pp.17-24 (1990-05).

[3] M.Sugiyama, Spectral Interpolation Using Distortion Geodesic Lines, ICLSP90, 11-28 (1990-11).

[4] M.Sugiyama, Distortion Geodesic Lines and Their Application to Spectral Interpolation, 電子情報通信学会英文論文誌投稿中.

[5] 尾関, 自己回帰パラメータ空間のリーマン幾何学的考察, 音声研資, S77-04, pp.23-30 (1977-5).

[6] Amari, Geometrical Theory on Manifolds of Linear System, Technical Report, University of Tokyo, 1986-03.

[7] J.D.Markel, A.H.Gray, Linear Prediction of Speech, Springer, 1976.

[8] 松島, 多様体入門,pp.42, 裳華房.

[9] 窪田、佐々木, 微分幾何学, pp.72-75, 岩波全書, 1973.

[10] 小林, 曲線と曲面の微分幾何, pp.45-49, 裳華房, 1988.

[11] 甘利, 情報理論, ダイヤモンド社.

[12] 杉山, 鹿野, WLR 尺度による単語音声認識, 研究実用化報告, Vol.33, No.1, pp.143-153 (1984).

[13] 松本, 雑音に強いスペクトル距離尺度, 「マルコフモデルニューラルネットワークを包含する新しい音声認識手法の総合的研究」第 3 回研究会, 1989-10.

[14] 大室、板倉, 積分スペクトル逆関数法 (IFIS) を用いたスペクトルの補間とその応用, 音学講論, 1-3-8, pp.197-198 (1989-10).

[15] A.H.Gray, J.D.Markel, Distance Measures for Speech Processing, IEEE Trans., Vol.ASSP-24, No.5, pp.380-391 (1976-10).

A 命題の証明

命題 1の証明

$\rho_d(x,y)$ の正値性及び対称性は定義から明らか。三角不等式についてのみ示す。x,y を始終端とする区分的 C^1 級の曲線を $C_{x,y}$ と表す時、$\rho_d(x,z) = \inf L(C_{x,z})$ であり、$x \to y \to z$ の曲線 $C_{x,y}, C_{y,z}$ の接続は 1 つの $x \to z$ の曲線 $C_{x,z}$ と見なすことができるので以下のように書ける。

$$L(C_{x,z}) \leq L(C_{x,y}) + L(C_{y,z})$$

中間点 y を通らない始終端 x,z の曲線に関する下限は上式の左辺よりもさらに小であるので、不等式の左辺から下限を求め、次に右辺の各々項の下限を求めれば以下の不等式を得る。

$$\rho_d(x,z) \leq \rho_d(x,y) + \rho_d(y,z)$$

証明終了

命題 2の証明

(1)

$$\rho_d(x,y) = \inf_C \lim_{N\to+\infty} \sum_{n=1}^{N} d(x(t_n), x(t_{n-1}))$$

であり、d が数学的な距離の公理を満たすので、三角不等式が成り立つから、以下の不等式を得る。

$$\sum_{n=1}^{N} d(x(t_n), x(t_{n-1})) \geq d(x,y)$$

上の式の左辺の下限を求めても同様に不等式が成り立つ。従って、証明すべき不等式が得られる。

$$\rho_d(x,y) \geq d(x,y)$$

証明終了

(2)

d がノルムであれば数学的な距離の公理を満たすので、前の命題が成り立つ。従って、逆の不等式が成り立つことを示せば良い。曲線 C として、2 点 x,y を結ぶ直線（線形補間する曲線）を取ると、$\rho_d(x,y)$ よりも大きくなる。

$$\rho_d(x,y) \leq \sum_{n=1}^{N} d(x(t_n), x(t_{n-1}))$$

ところで、上の式の右辺は d がノルムである時には、$d(x,y)$ に一致する。従って、

$$\rho_d(x,y) \leq d(x,y)$$

以上より、等式が得られた。

$$\rho_d(x,y) = d(x,y)$$

証明終了

(3) 成り立たない反例について

$$d(x,y) = 1 (x \neq y), d(x,x) = 0$$

とすると $d(x,y)$ は距離であり、かつ成り立たない。

証明終了

命題 3の証明

(1)

$$\rho_{d(x,y)} = \inf_C \lim_{N\to+\infty} \sum_{n=1}^{N} d(x(t_n), x(t_{n-1}))$$

$$\leq c_1 \inf_C \lim_{N\to+\infty} \sum_{n=1}^{N} d^*(x(t_n), x(t_{n-1})) = c_1 \rho_{d^*(x,y)}$$

この不等式を用いれば、逆向きの不等式は明らか。

証明終了

(2)

命題 3の *(1)* と命題 2の *(2)* を用いれば明らか。

証明終了

命題 4の証明

(1)

$$d(x,y) \leq c_1 \|x-y\|^\beta$$

であるので、

$$\sum_{n=1}^{N} d(x_{n-1}, x_n) \leq c_1 \sum_{n=1}^{N} \|x_{n-1} - x_n\|^\beta$$

$$\rho_d(x,y) = \inf_C \lim_{|\Delta|\to 0} \sum_{n=1}^{N} d(x_{n-1}, x_n)$$

$$\leq c_1 \inf_C \lim_{|\Delta|\to 0} \sum_{n=1}^{N} \|x_{n-1} - x_n\|^\beta$$

曲線 C として、x,y の線形補間を取ると、

$$x_{n-1} - x_n = \frac{1}{N}(y-x)$$

$$\sum_{n=1}^{N} \|x_{n-1} - x_n\|^\beta = N^{1-\beta}\|x-y\|^\beta$$

$$\inf_C \lim_{|\Delta|\to 0} \sum_{n=1}^{N} \|x_{n-1} - x_n\| \le c_1 N^{1-\beta}\|x-y\|^\beta$$

従って、以下の式が証明された。

$$\rho_d(x,y) \le c_1 N^{1-\beta}\|x-y\|^\beta$$

$1-\beta<0$ であるので、 $N\to+\infty$ の時、

$$\lim_{N\to+\infty} N^{1-\beta}\|x-y\|^\beta = 0$$

従って、下の式を得る。

$$\rho_d(x,y) = 0$$

証明終了

(2)

$y=x^\alpha$ は $y'=\alpha x^{\alpha-1}$, $y''=\alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2}$ であり、$x>0, \alpha<1$ であるので、$y''<0$ となり、上に凸となる。従って、$z_1,\dots,z_N$ に対して、以下の式が成り立つ。

$$\frac{z_1^\alpha+\ldots+z_N^\alpha}{N} \ge \left(\frac{z_1+\ldots+z_N}{N}\right)^\alpha$$

従って、

$$z_1^\alpha+\ldots+z_N^\alpha \ge N^{1-\alpha}(z_1+\ldots+z_N)^\alpha$$

$z_n=\|x_n-x_{n-1}\|$ とすると、下の式を得る。

$$\sum_{n=1}^{N} \|x_n - x_{n-1}\|^\alpha \ge N^{1-\alpha}\left(\sum_{n=1}^{N} \|x_n - x_{n-1}\|\right)^\alpha$$

さらに $\sum_{n=1}^{N}\|x_n-x_{n-1}\| \ge \|x^{(1)}-x^{(0)}\| \ge 0$ $\alpha\ge 0$ であるので、$(\sum_{n=1}^{N}\|x_n-x_{n-1}\|)^\alpha \ge \|x^{(1)}-x^{(0)}\|^\alpha$ を得る。従って、上の式は以下のように下から押えられる。

$$\left(\sum_{n=1}^{N} \|x_n - x_{n-1}\|\right)^\alpha \ge N^{1-\alpha}\|x^{(1)}-x^{(0)}\|^\alpha$$

$1-\alpha>0$ であるので、$N\to+\infty$ の時、右辺は ∞ となる。

$$d_\rho(x,y) = +\infty$$

証明終了

命題 5の証明

$$d_{WLR}^2(x,y) \le d_{COR}(x,y)d_{CEP}(x,y) \le c\|x-y\|^2$$

証明終了

命題 6の証明

明らか。

命題 7の証明

(1)

2 次の項まで Taylor 展開を行なうと以下のように書ける。

$$d^2(x+h,x) = d^2(x,x) + \sum_i \frac{\partial d^2(x,x)}{\partial x_i}h_i + \sum_{i,j}\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}h_i h_j$$

以下の式が成り立つので、上の式は式 (28) のように変形される。

$$d^2(x,x) = 0$$

$$\frac{\partial d^2(x,x)}{\partial x_i} = 0 \tag{27}$$

$$d^2(x+h,x) = \sum_{i,j}\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}h_i h_j \tag{28}$$

従って、距離は以下のように変形される。

$$d^2(x_{n-1},x_n) = (x_n-x_{n-1})^T\left(\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)(x_n-x_{n-1})$$

ところで、$x_n=x(t_n)$ であり、以下の式が成り立つので、上の式は以下のように変形される。

$$x_n - x_{n-1} = \frac{dx}{dt}(t_n - t_{n-1})$$

$$d^2(x_{n-1},x_n) = \left(\frac{dx}{xt}\right)^T\left(\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}\right)\left(\frac{dx}{xt}\right)(t_n-t_{n-1})^2$$

従って、下の式を得られる。

$$\sum_{n=1}^{N} d(x_{n-1},x_n) = \sum_{n=1}^{N}\sqrt{\left(\frac{dx}{xt}\right)^T\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}\frac{dx}{xt}}(t_n-t_{n-1}) \tag{29}$$

$$\lim_{N\to+\infty}\sum_{n=1}^{N} d(x_{n-1},x_n) = \int_0^1 \sqrt{\sum_{i,j}\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j}\frac{dx_i}{xt}\frac{dx_j}{xt}}dt \tag{30}$$

証明終了

(2)

$$\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{dx_i}{dt} \frac{dx_j}{dt}$$

が C^1 級の変数変換 $y=\phi(x), x=\psi(y)$ に関して不変であることを示す。

$$\frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial y_i \partial y_j} = \sum_{k,l} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_k \partial x_l} \frac{\partial x_k}{\partial y_i} \frac{\partial x_l}{\partial y_j}$$

$$\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial y_i \partial y_j} \frac{dy_i}{dt} \frac{dy_j}{dt}$$

$$= \sum_{i,j} \sum_{k,l} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_k \partial x_l} \frac{\partial x_k}{\partial y_i} \frac{dy_i}{dt} \frac{\partial x_l}{\partial y_j} \frac{dy_j}{dt}$$

$$\frac{dx_k}{dt} = \sum_i \frac{\partial x_k}{\partial y_i} \frac{dy_j}{dt}$$

$$\frac{dx_l}{dt} = \sum_j \frac{\partial x_l}{\partial y_j} \frac{dy_j}{dt}$$

であるので

$$= \sum_{k,l} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_k \partial x_l} \frac{dx_k}{dt} \frac{dx_l}{dt}$$

と変形される。

証明終了

(3)

$x=x(t), t=\phi(s)$ のように変数変換される時、s,t に関する長さ $L_t(C), L_s(C)$ を求める。

$$L_t(C) = \int_0^1 \sqrt{\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{dx_i}{xt} \frac{dx_j}{xt}} dt$$

$L_s(C)$ は、t,s の関係を用いて以下のように変更される。

$$\frac{dx_i}{ds} = \frac{dx_i}{dt} \frac{dt}{ds}$$

$$L_s(C) = \int_0^1 \sqrt{\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{dx_i}{xs} \frac{dx_j}{xs}} ds$$

$$= \int_0^1 \sqrt{\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{dx_i}{dt} \frac{dt}{ds} \frac{dx_j}{dt} \frac{dt}{ds}} ds$$

$$= \int_0^1 \sqrt{\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{dx_i}{dt} \frac{dx_j}{dt}} \frac{dt}{ds} ds$$

$$= \int_0^1 \sqrt{\sum_{i,j} \frac{\partial^2 d^2(x,x)}{\partial x_i \partial x_j} \frac{dx_i}{dt} \frac{dx_j}{dt}} dt = L_t(C)$$

証明終了

命題8の証明

表1より明らか。

命題9の証明

Sf_n が $f^{(0)}$ および $f^{(1)}$ の線形補間であるので Sf_n は以下のように書ける。

$$Sf_n = Sf^{(0)} + \frac{n}{N}(Sf^{(1)} - Sf^{(0)})$$

従って、以下の等式が成り立つ。

$$Sf_n - Sf_{n-1} = \frac{1}{N}(Sf^{(1)} - Sf^{(0)})$$

$$\sum_{n=1}^{N} [Sf_n, Sf_{n-1}]^2 = \sum_{n=1}^{N} (Sf_n - Sf_{n-1}, Tf_n - Tf_{n-1})$$

$$= \sum_{n=1}^{N} (\frac{1}{N}(Sf^{(1)} - Sf^{(0)}), Tf_n - Tf_{n-1})$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (Sf^{(1)} - Sf^{(0)}, Tf_n - Tf_{n-1})$$

$$= \frac{1}{N} (Sf^{(1)} - Sf^{(0)}, \sum_{n=1}^{N} (Tf_n - Tf_{n-1}))$$

$$= \frac{1}{N} (Sf^{(1)} - Sf^{(0)}, Tf^{(1)} - Tf^{(0)})$$

$$= \frac{1}{N} [f^{(0)}, f^{(1)}]^2$$

不等式は上の式と Cauchy-Schwartz の不等式を用いて容易に以下のように示すことができる。

$$[f^{(0)}, f^{(1)}]^2 = N \sum_{n=1}^{N} [f_n, f_{n-1}]^2$$

$$= \sum_{n=1}^{N} 1^2 \sum_{n=1}^{N} [f_n, f_{n-1}]^2$$

$$(\sum_{n=1}^{N} 1[f_n, f_{n-1}])^2 \le \sum_{n=1}^{N} 1^2 \sum_{n=1}^{N} [f_n, f_{n-1}]^2$$

$$= [f^{(0)}, f^{(1)}]^2$$

$$\sum_{n=1}^{N} [f_n, f_{n-1}] \le [f^{(0)}, f^{(1)}]$$

証明終了

(2)

$$f_n = f^{(0)} + \frac{n}{N}(f^{(1)} - f^{(0)})$$

と定義され、S が線形である時、

$$Sf_n = Sf^{(0)} + \frac{n}{N}(Sf^{(1)} - Sf^{(0)})$$

とできるので、式 (9) が成り立つ。

証明終了

命題 10の証明

命題 9より明らか。

命題 11- 13の証明

明らか。

命題 14の証明

命題 15, 16, 17,18,19の証明

明らか。

命題 20の証明

WLR 尺度は命題 17に示したように三角不等式を満たさないので、距離の公理を満たさないことになる。

証明終了

命題 21の証明

$$\sum_{n=1}^{N} d_{S,T}(f_n, f_{n-1}) = \frac{1}{N} d_{S,T}(f^{(0)}, f^{(1)})^2$$

であり、分割点 N を十分大きくすると

$$\begin{aligned} d_{S,T}(f_n, f_{n-1}) &= (Sf_n - Sf_{n-1}, Tf_n - Tf_{n-1}) \\ &= (Sf_n - Sf_{n-1}, Tf_n - Tf_{n-1}) \\ &= \frac{1}{N}(Sf^{(1)} - Sf^{(0)}, Tf_n - Tf_{n-1}) \end{aligned}$$

$$|d_{S,T}(f_n, f_{n-1})| \le \frac{1}{N} \|Sf^{(1)} - Sf^{(0)}\| \|Tf_n - Tf_{n-1}\|$$

であるので、以下の式を得る。

$$\lim_{N \to +\infty} |d_{S,T}(f_n, f_{n-1})| = 0$$

従って、f_n, f_{n-1} は十分近いことになる。命題の仮定より

$$d_{S,T}(f_n, f_{n-1}) \ge 0$$

従って、

$$d_{S,T}(f^{(0)}, f^{(1)})^2 \ge 0$$

証明終了

B 図面

表目次

図目次

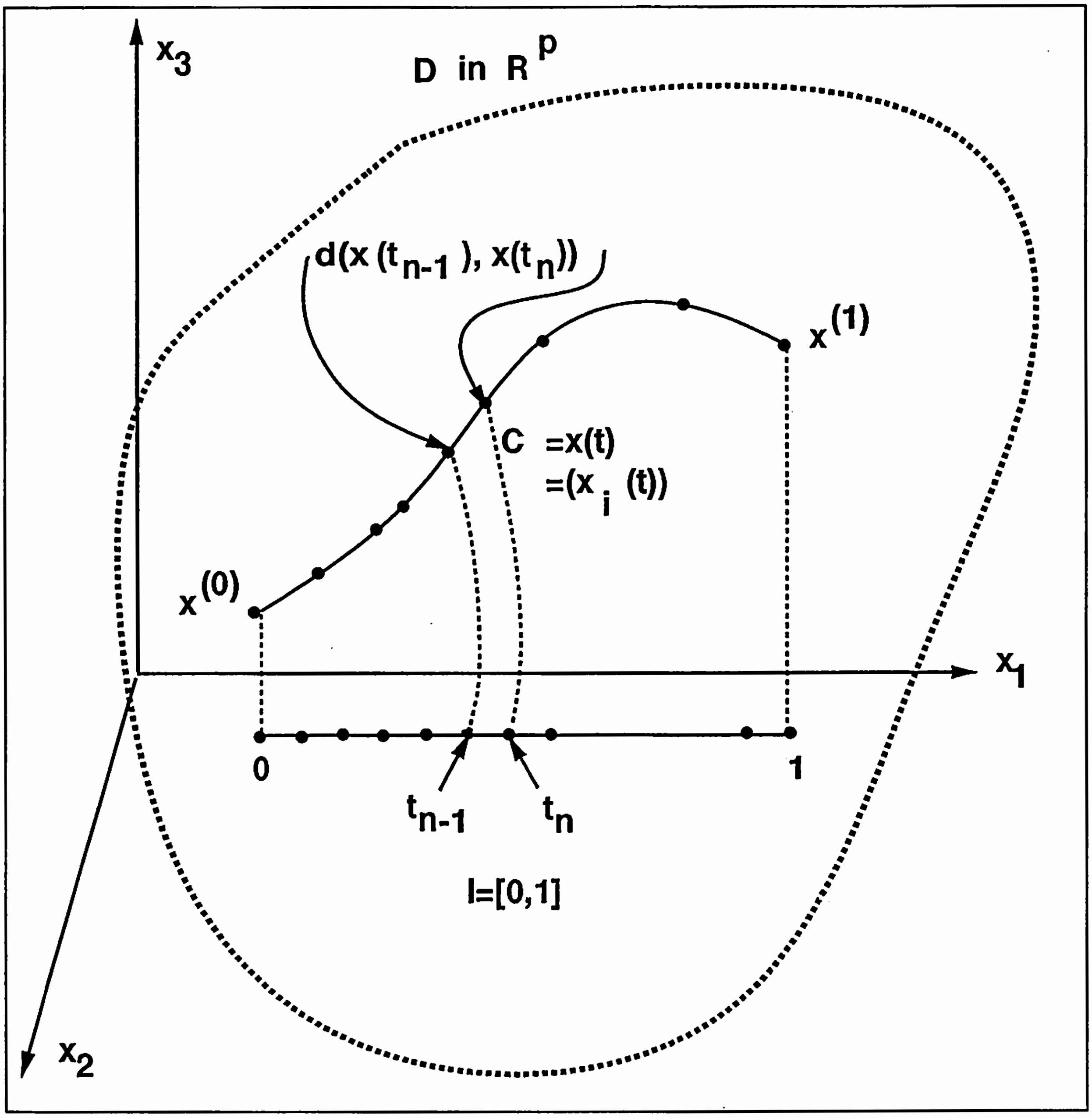


図 1: 歪み尺度測地線の概念図

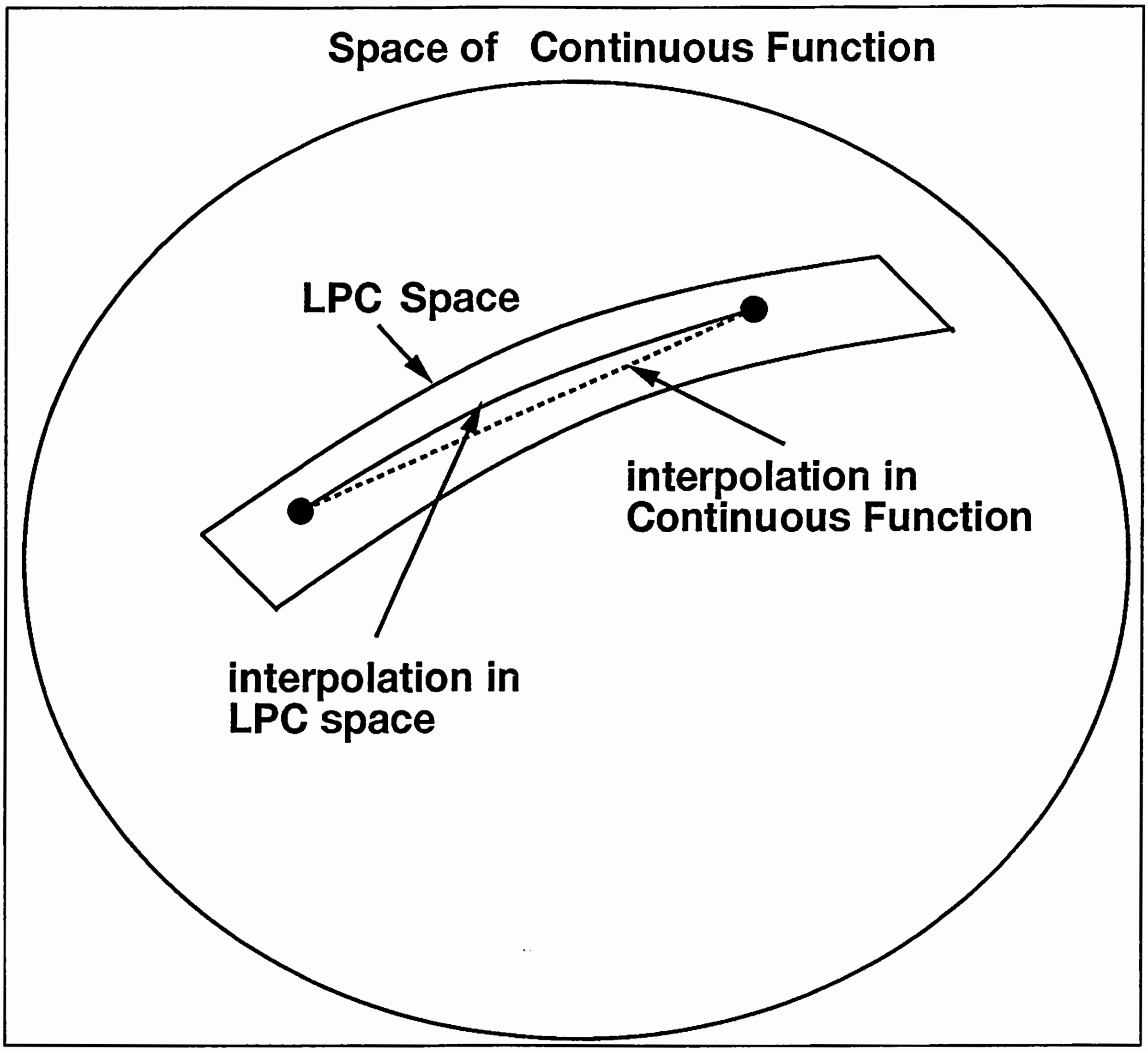


図 2: LPC 空間での補間と連続関数空間での補間の概念図

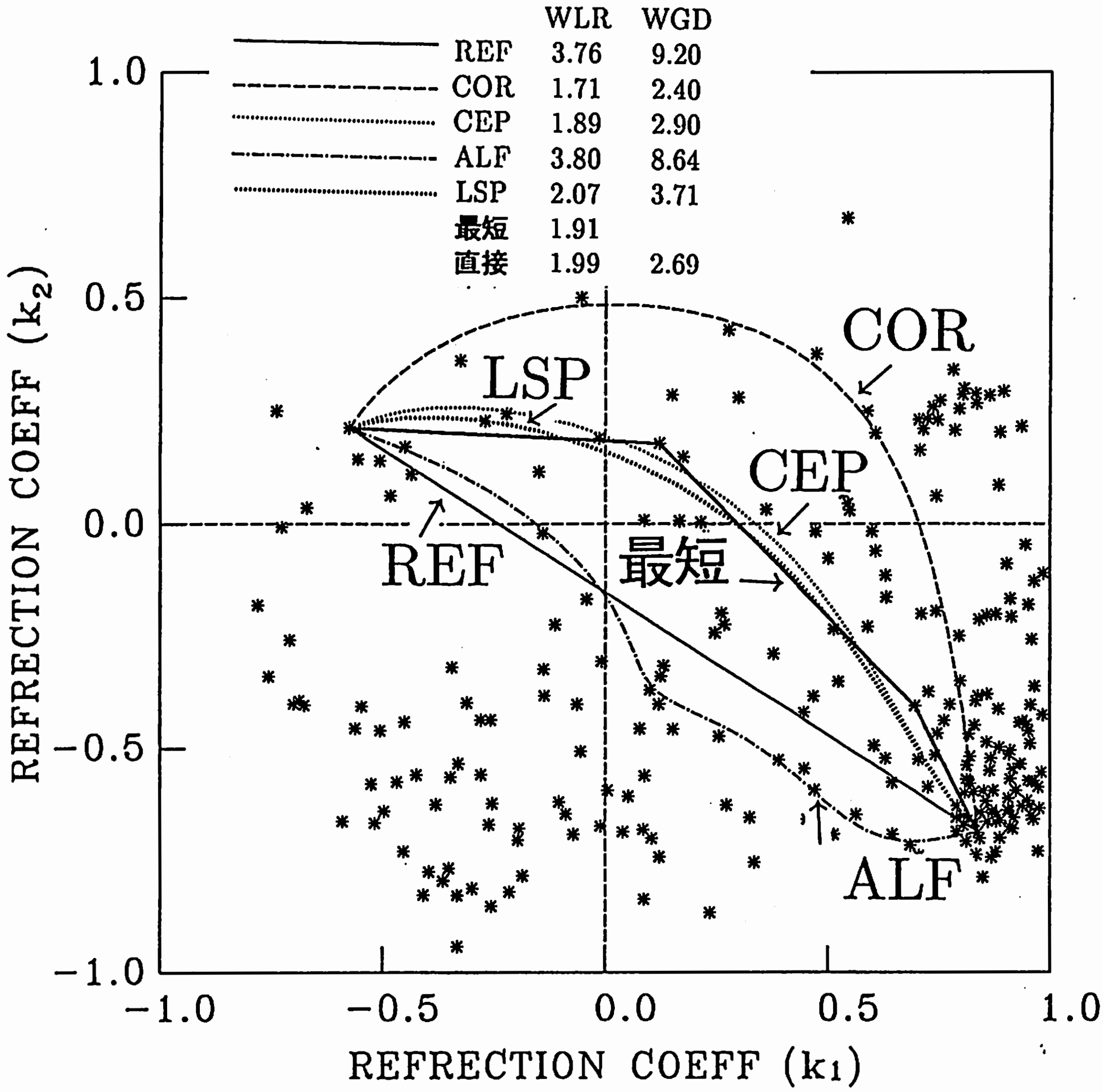


図 3: VQ コードの最短パスと各種の歪み尺度測地線

(ある 2 点 v_i, v_j の組み合わせ)

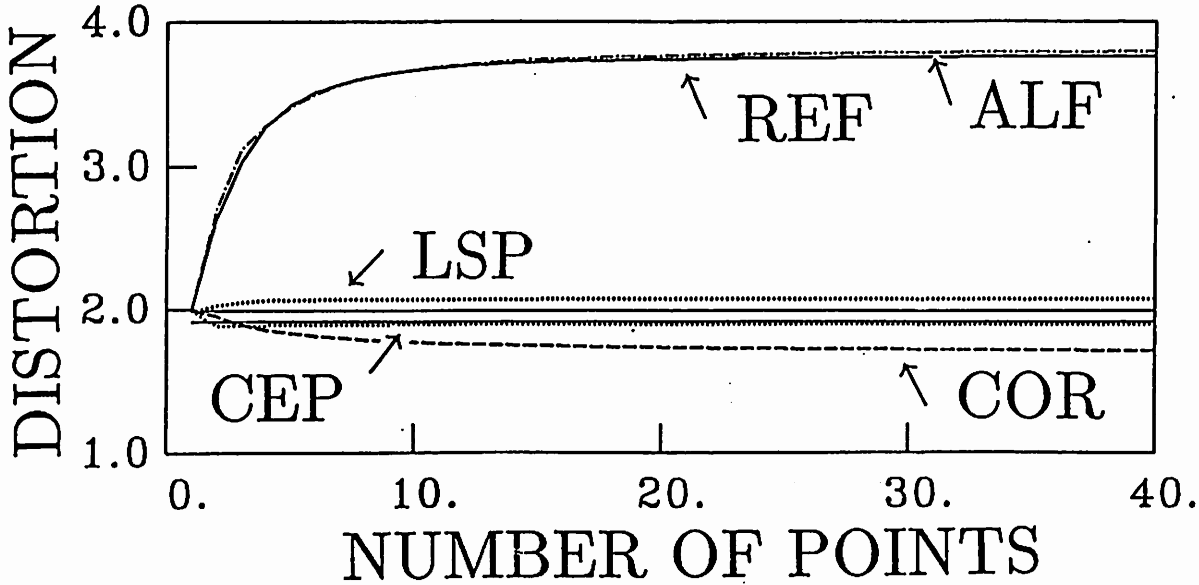


図 4: 各種の歪み尺度測地線上での分割点数と 累積和 $\rho(x,y)$ との関係

(図3 と同一の 2 点)

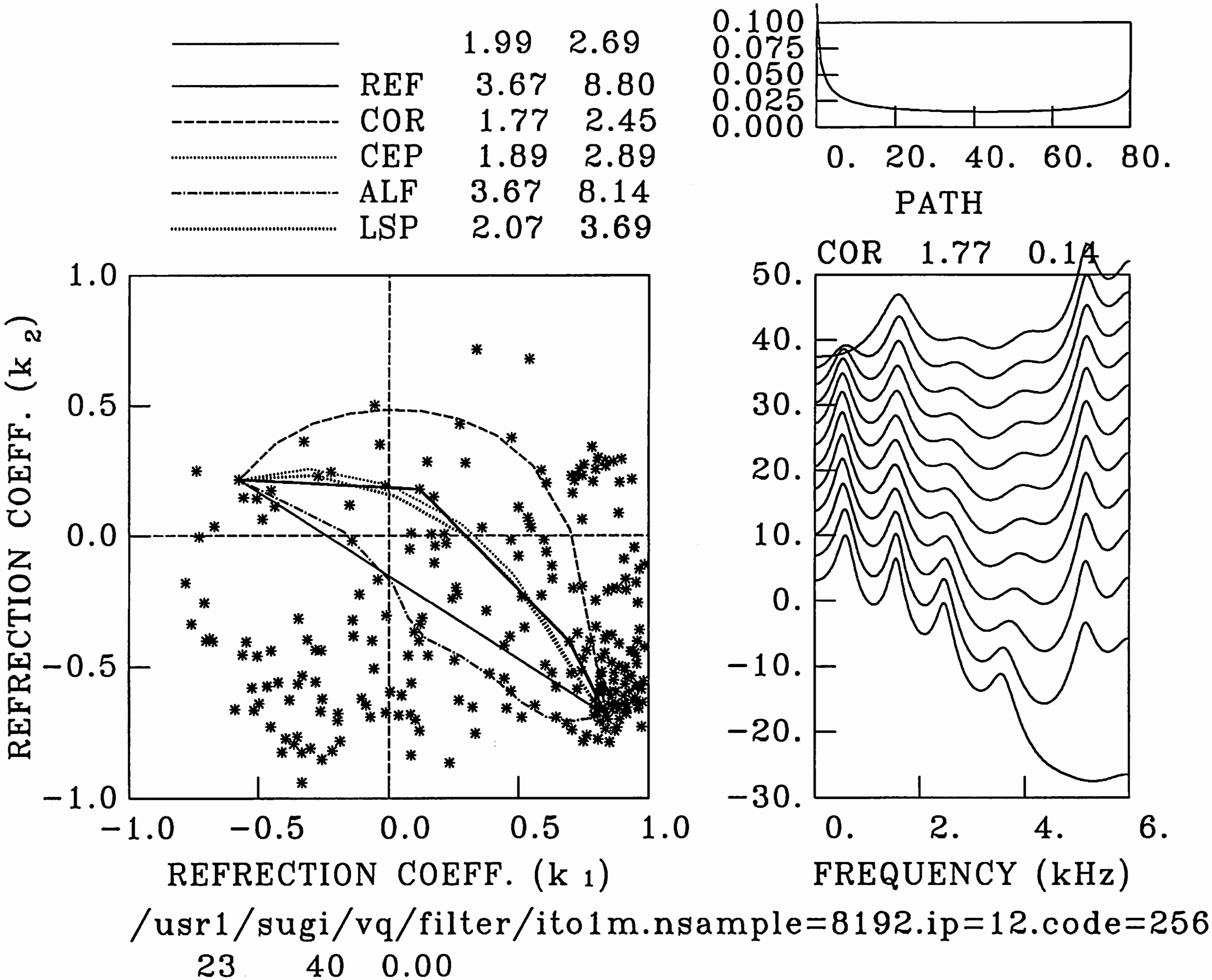


図 5: 各種の歪み尺度測地線上でのスペクトルの変化

(a) COR 測地線上でのスペクトルの変化

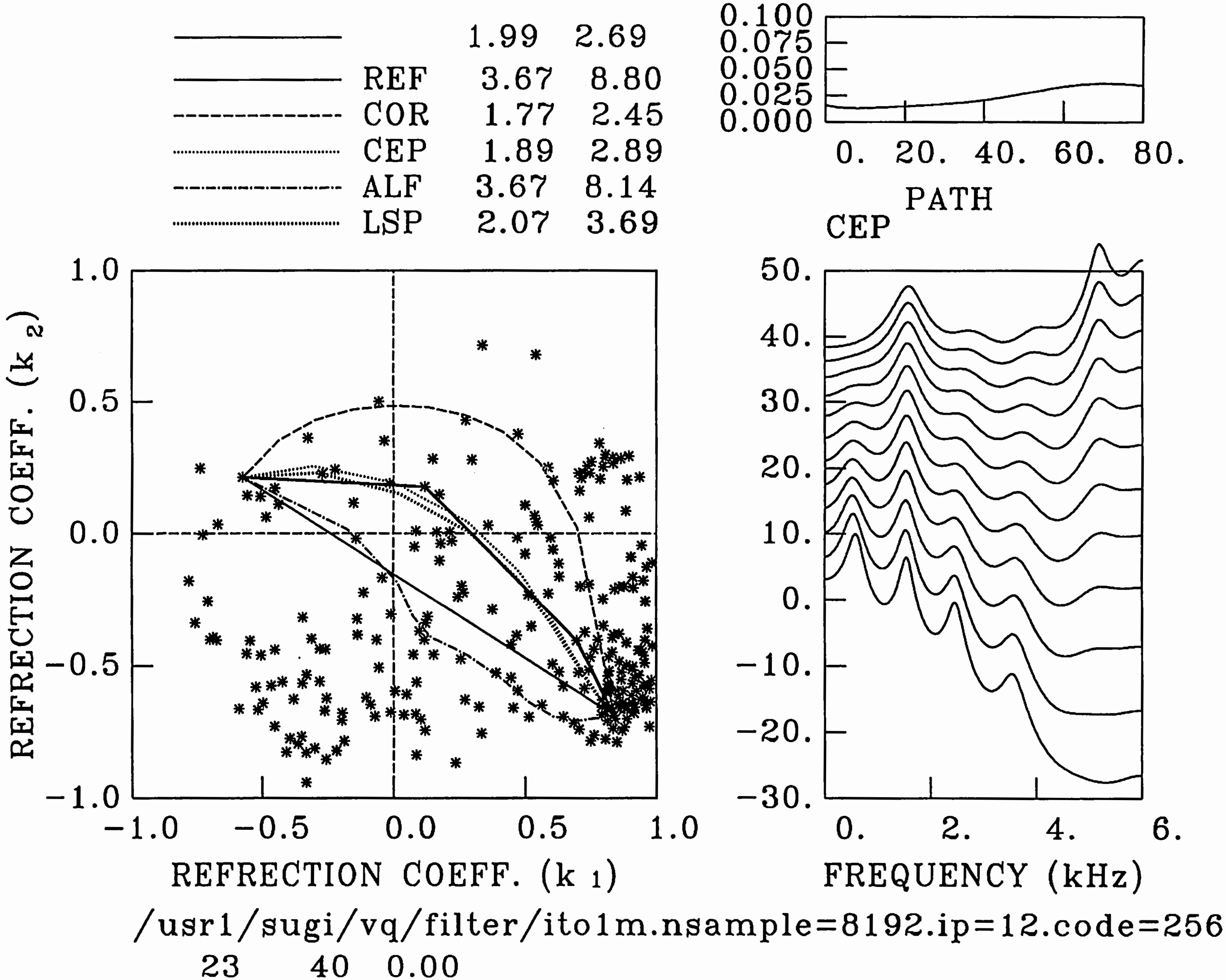


図5:(b) CEP 測地線上でのスペクトルの変化

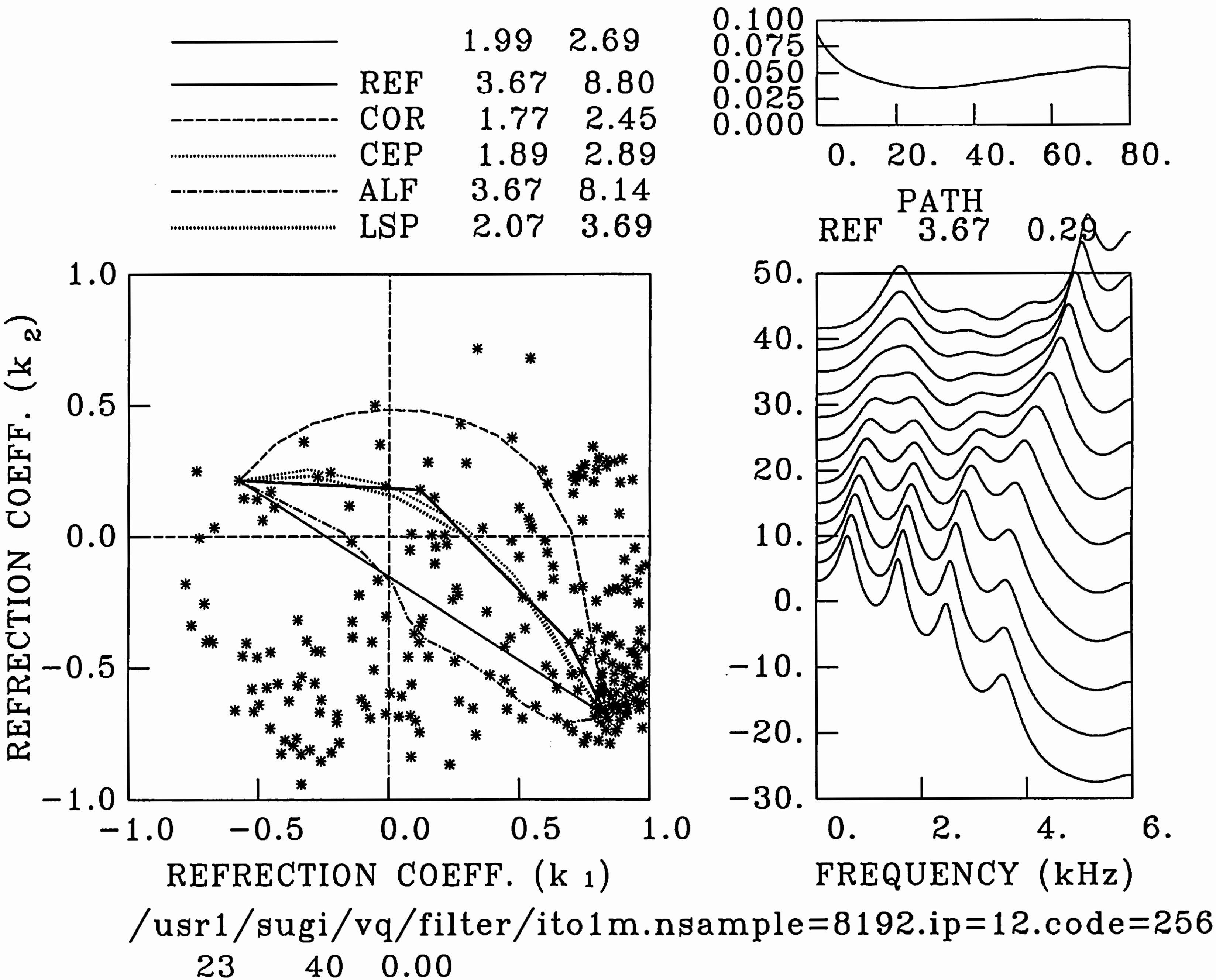
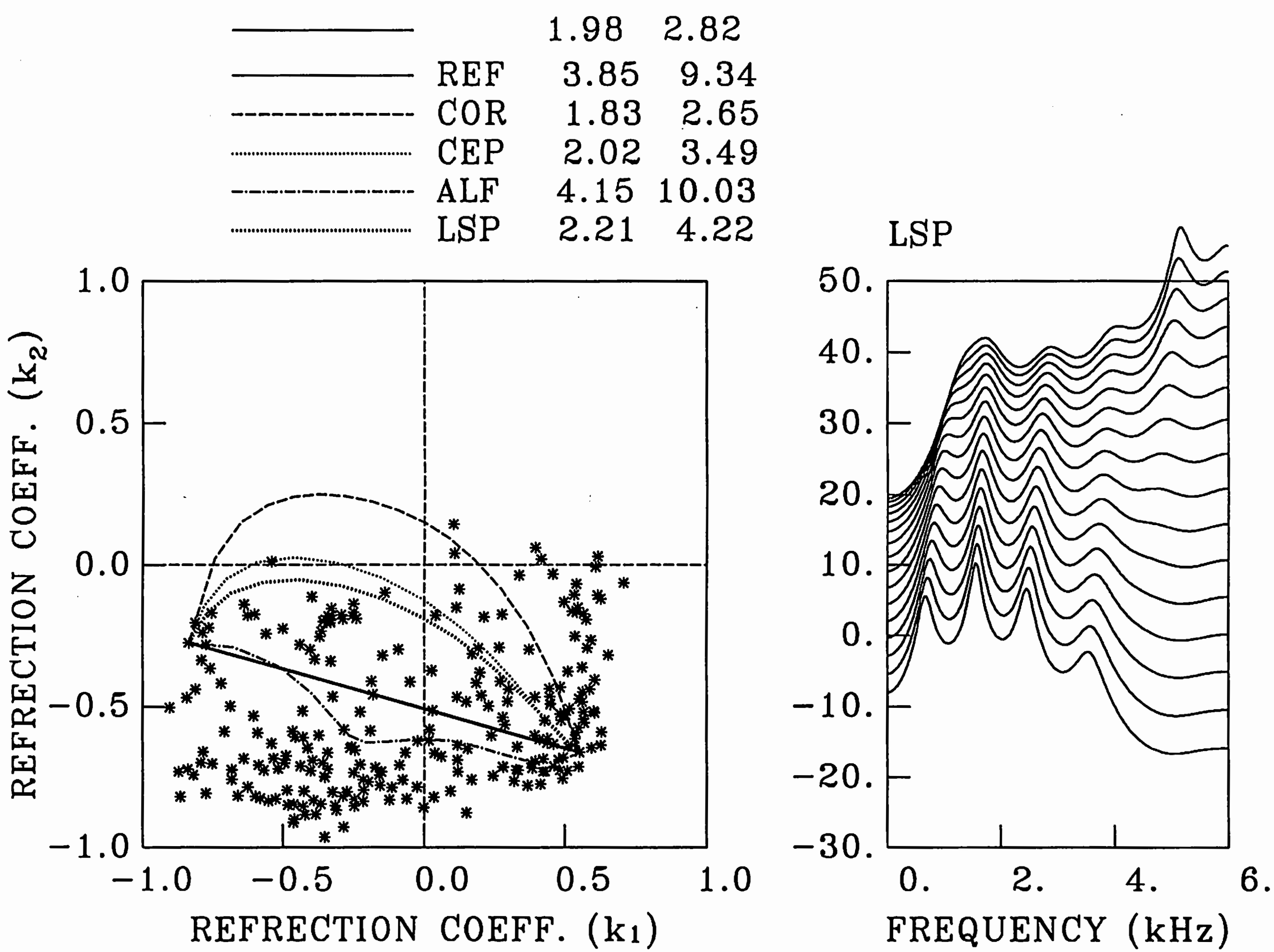


図5:(c) REF 測地線上でのスペクトルの変化



/usr1/sugi/vq/filter/ito1m.nsample=8192.ip=12.code=256
23 40 0.99

図 5:(d)LSP 測地線上でのスペクトルの変化

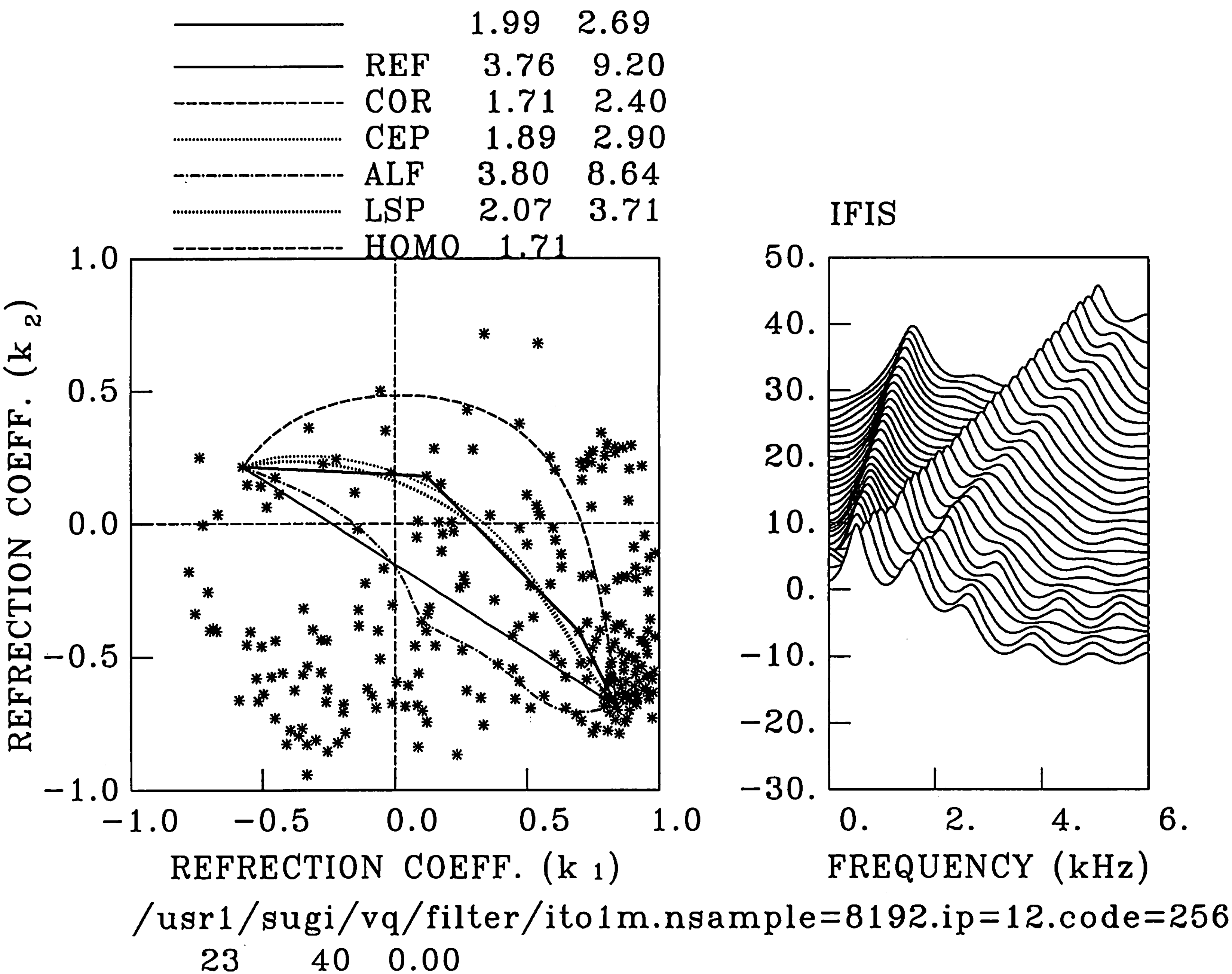


図 6: IFIS 補間によるスペクトルの変化