

TR - H - 190

2質量モデルを用いた  
金管楽器の発音シミュレーション

米沢 裕司

足立 整治

(北陸先端科学技術大学院大学)

1996. 3.18

ATR人間情報通信研究所

〒619-02 京都府相楽郡精華町光台2-2 ☎ 0774-95-1011

ATR Human Information Processing Research Laboratories  
2-2, Hikaridai, Seika-cho, Soraku-gun, Kyoto 619-02 Japan  
Telephone: +81-774-95-1011  
Facsimile: +81-774-95-1008

# 2質量モデルを用いた 金管楽器の発音シミュレーション

ATR 人間情報通信研究所

米沢 裕司 (北陸先端大)、足立 整治

## 概要

声帯モデルとして知られている2質量モデルを用いて唇の運動を記述し、時間領域での数値計算による金管楽器の発音シミュレーションを行う。金管楽器吹奏時の唇の振動は、マウスピース内の圧力が大きい場合に唇が開く上向き振動と、それとは逆にマウスピース内の圧力が小さい場合に唇が開く外向き振動が共に生じることが報告されている。シミュレーションの結果から、2質量モデルを用いた場合に発音が可能であることを示すとともに、この上向き・外向き振動が生じるかどうかについて検討する。

## 1 はじめに

楽器の音響学的特性、物理的特性については、古くから実験的あるいは理論的な研究が行われ、発音機構の解明がすすめられている。また、近年ではコンピュータを用いた数値解析による楽器の発音シミュレーションが行われ、発音機構の振る舞いを数値的に調べるなど、発音機構解明の新たな手法となりつつある。

金管楽器の発音機構を模式的に示したものが、図1である。図のように、唇は口腔とマウスピースの間に位置しており、唇は唇開口部の圧力  $P_{lip}$  によって駆動される。また、共鳴管に流れ込む空気の体積速度  $U$  は口腔とマウスピースの圧力差  $P_S - P$ 、および唇の位置に応じて変化する。また、マウスピース内の音圧  $P$  は着目している時刻とそれ以前における体積速度  $U$  に応じて変化する。このように、発音機構は一種のフィードバック系であると考えることができる。

さて、マウスピース内の音圧  $P$  と唇の位置の関係については、従来、音圧  $P$  が下がると唇が開く(外向き振動)と考えられてきた。外向き振動の特徴として、音圧  $P$  の位相が体積流量  $U$  よりも遅れる、発音周波数が共鳴管の共振周波数よりも上である、などがあげられる。一方、近年、吉川による測定結果から、低音域では外向き振動であるが、高音域では音圧  $P$  が上がると唇が開く(上向き発振)ことが明らかになった [1][2]。上向き振動の特徴としては、音圧  $P$  の位相が体積流量  $U$  よりも進む、発音周波数が共鳴管の共振周波数よりも上である、という外向き振動とは逆の特徴があげられる。しかしながら、外向き・上向き振動の遷移の要因は定かではない。

これに対し足立は、これまでに3つのモデルを用いて唇の振動を記述し、それぞれの場合の金管楽器の発音シミュレーションを行っている [3][4][5]。足立によるシミュレーションの結果は表1のとおりであり、2次元モデルの結果は吉川の測定結果と適合している。また、2次元モデルでのシミュレーション結果は、外向き振動と上向き振動の遷移の要因が唇が2次的に振動することであることを示している [5]。

一方、今回唇のモデルとして用いる2質量モデルは声帯のモデルとして知られており [6][7]、声帯の運動を2質量モデルで記述した場合上向き、外向きの両方で振動することが明らかになっている [6]。

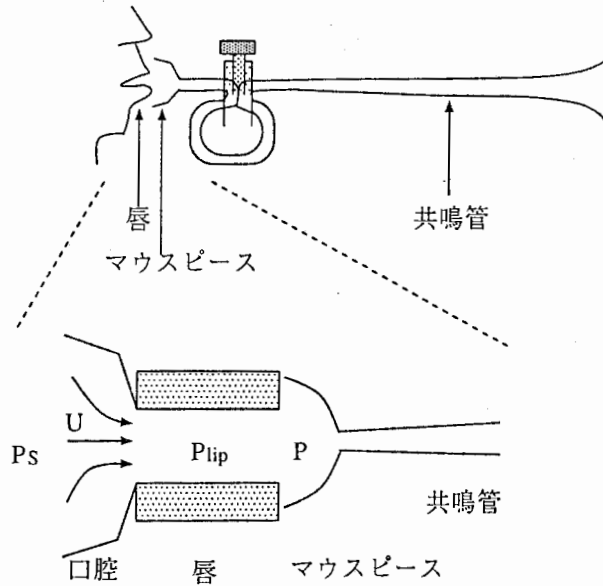


図 1: 金管楽器の発音機構

表 1: これまでの足立によるシミュレーション結果

唇を横側振動モデルで記述	上向き振動
唇を扉開閉モデルで記述	外向き振動
唇を 2 次元モデルで記述	上向き、外向きの両方で振動

そのため、唇の運動を 2 質量モデルで記述した場合でも、上向き、外向き両方で振動することが十分考えられ、またその場合、外向き・上向き振動の遷移の新たな要因が浮かびあがる可能性がある。そこで本報告では、2 質量モデルを用いたシミュレーションを行い、その特性について検討する。

以降の章では、モデル化の方法を述べるとともに、2 質量モデルを用いた場合に発音することを示し、また、その際の唇の振動状態について検討する。

## 2 モデル化の方法

### 2.1 気体の圧力と体積速度の関係

口腔、唇、マウスピースを模式的に示したのが図 2 である。気体の圧力  $P_S \sim P$  と体積速度  $U$  を以下の式により関係付けている。式 (1)、式 (3) は圧力の差をベルヌイ圧の差として記述した式である。また、式 (2)、式 (4) は圧力の差を粘性損失と慣性項により記述している。式 (5) は運動量保存則から導出される式である。

$$P_S - P_{11} = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{U}{S_{lip1}} \right)^2 \quad (1)$$

$$P_{11} - P_{12} = 12 \frac{\mu b^2 d_1}{S_{lip1}^3} U + \frac{\rho d_1}{S_{lip1}} \frac{dU}{dt} \quad (2)$$

$$P_{12} - P_{21} = \frac{1}{2} \rho U^2 \left( \frac{1}{S_{lip2}^2} - \frac{1}{S_{lip1}^2} \right) \quad (3)$$

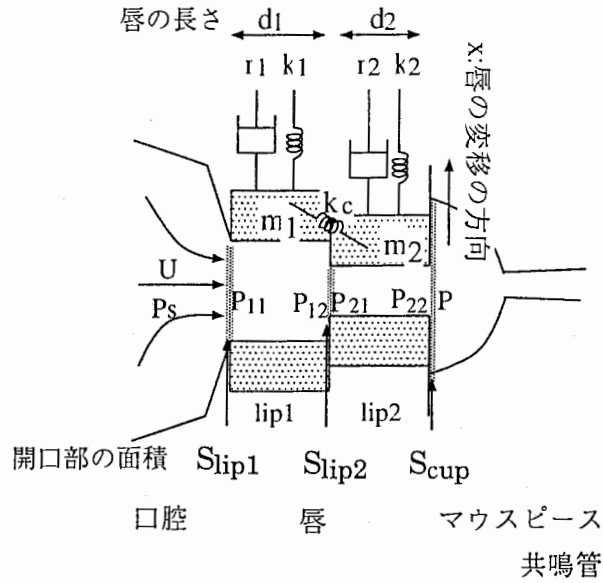


図 2: モデルの模式図

$$P_{21} - P_{22} = 12 \frac{\mu b^2 d_2}{S_{lip2}^3} U + \frac{\rho d_2}{S_{lip2}} \frac{dU}{dt} \quad (4)$$

$$P_{22} = P - \rho U \left( \frac{1}{S_{lip2} S_{cup}} - \frac{1}{S_{cup}^2} \right) \quad (5)$$

$$P = Z_{in} U \quad (6)$$

ただし、 $S_{lip1}$ 、 $S_{lip2}$ 、 $S_{cup}$  は図 2 に示した各部の開口面積、 $d_1, d_2$  は唇の呼気方向の長さ、 $b$  は唇の横幅であり、 $Z_{in}$  は共鳴管（マウスピース部を含む）の入力インピーダンスである。

## 2.2 唇の運動

上下唇は対称運動をすると仮定し、以下では上唇の運動のみを考える。唇の運動は 2 質量モデルにより記述している。すなわち、唇をステイフネス  $k_c$  で結ばれた 2 つの部分に分けて考え、それぞれの部分の運動をバネと抵抗を用いた機械系の運動方程式で記述する。運動方程式は以下のとおりである。

$lip_j$  の衝突位置からの変位を  $x_j$ 、平衡位置を  $x_{jeq}$  とすると

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + r_1 \frac{dx_1}{dt} + s_1(x_1) + k_c(x_1 - x_2) = \frac{(P_{11} + P_{12})}{2bd_1} \quad (7)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + r_2 \frac{dx_2}{dt} + s_2(x_2) + k_c(x_2 - x_1) = \frac{(P_{21} + P_{22})}{2bd_2} \quad (8)$$

ただし、

$$s_j(x_j) = k_j \left\{ (x_j - x_{jeq}) + \eta(x_j - x_{jeq})^3 \right\} \quad (\text{唇非接触時}) \quad (9)$$

$$s_j(x_j) = k_j \left\{ (x_j - x_{jeq}) + \eta(x_j - x_{jeq})^3 \right\} + 3k_j(x_j + \eta x_j^3) \quad (\text{唇接触時}) \quad (10)$$

$$r_j(x_j) = \frac{\sqrt{m_j k_{lipj}}}{Q_j} \quad (11)$$

$b$ : 唇の幅 (図 1 の紙面と垂直方向の唇の長さ)

$d_j$ : 唇の長さ

表 2: 各変数の値

マウスピース入口の面積	$S_{cup}$	$2.5\text{cm}^2$
唇振動の Q 値	$Q_1$	5.0
唇振動の Q 値	$Q_1$	0.8
唇の横幅	$b$	0.5cm
唇の長さ	$d_1$	0.25cm
唇の長さ	$d_2$	0.05cm
唇の質量	$m_1$	$40/f_{lip}$ g
唇の質量	$m_2$	$8/f_{lip}$ g
唇のステイフネス	$k_1$	$1650f_{lip}$ dyn/cm <sup>2</sup>
唇のステイフネス	$k_1$	$165f_{lip}$ dyn/cm <sup>2</sup>
唇のステイフネス	$k_c$	$350f_{lip}$ dyn/cm <sup>2</sup>
ばねの非線形係数	$\eta$	100
吹奏圧	$P_s$	20000 ~ 40000 dyn/cm <sup>2</sup>

$k_j$ : 唇のステイフネス

$m_j$ : 唇の質量

$j = 1, 2$

また唇の開口面積は以下の式で表される。

$$S_{lipj} = \begin{cases} 2bx_j & (x_j \geq 0) \\ 0 & (x_j < 0) \end{cases} \quad (12)$$

### 3 シミュレーションの方法

#### 3.1 各変数の値

唇の質量  $m_1$ 、 $m_2$  およびステイフネス  $k_1$ 、 $k_2$  を変化させることによって、唇の固有振動数

$$f_{lip} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k_1 + k_2}} \quad (13)$$

を変化させることができる。シミュレーションでは、この  $f_{lip}$  を変化させ、各  $f_{lip}$  における発音、体積速度、唇の変移の計算を行う。ただし、質量は  $f_{lip}$  に反比例、ステイフネスは  $f_{lip}$  に比例するものとした。またその他の変数は表2のように定めた。このうち唇の質量とステイフネス、および唇の横幅などの数値は Elliott[8] らの報告を参考とするとともに、シミュレーション結果から得られる唇の振幅値が実測値 [9] と近い値をとるように設定した。また、唇の平衡位置  $x_{jeq}$  は発音が最大となるような位置に設定し、吹奏圧は第1から第6の発音モードにおいてそれぞれ 20、25、25、30、35、40 kdyn/cm<sup>2</sup> とした。

#### 3.2 計算方法

シミュレーションではこれまでに記した式をオイラー法により差分化し、数値計算を行った。また、共鳴管の入力インピーダンス  $Z_{in}$  はトランペットの形状データから数値計算で求め (図3)、さらに  $Z_{in}$  から得られる反射関数を用いて [10]、時間領域でシミュレーションを行っている。

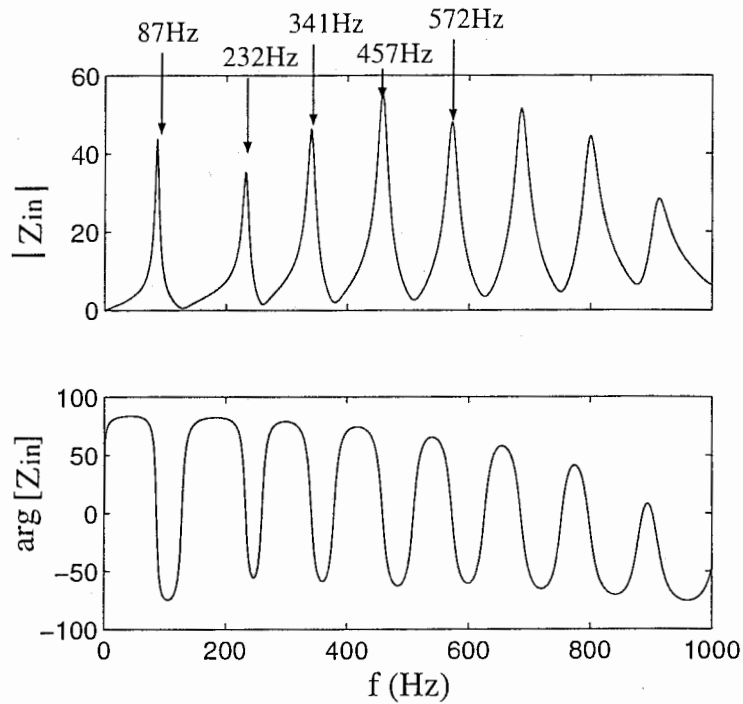


図 3: 共鳴管の入力インピーダンス  $Z_{in}$

#### 4 シミュレーションの結果

これまでのシミュレーション結果を示す。例として、図 4 に  $f_{lip}=220\text{Hz}$  の場合の結果を示す（上から順に、マウスピース内圧力  $P$ 、体積流量  $U$ 、唇の変位  $x_1, x_2$  [唇が開いているとき  $> 0$ ]）。 $p$  は周期的な波形であり、安定に発音していることがわかる。また、唇の振動の振幅は約 1mm であり、報告されている測定結果 [9] に近い値である。また、声帯モデルに 2 質量モデルを用いた場合 [6][7] と同様に、口腔寄りの lip1 がマウスピース寄りの lip2 よりも進相であるという特徴が見られた。

図 5 は第 1 モードから第 5 モードにおける音圧波形である。高音域の発音ほど sin 波に近い発音であり、実際の金管楽器における発音の特徴と一致している。

また、図 6 に  $f_{lip}$  に対する発音周波数を示す。図から発音はすべて共鳴周波数の下側 ( $\arg(Z_{in}) > 0$  の領域) で発音していることがわかり、上向き振動のみが生じているといえる。この結果は、当初の予想に反した結果であった。

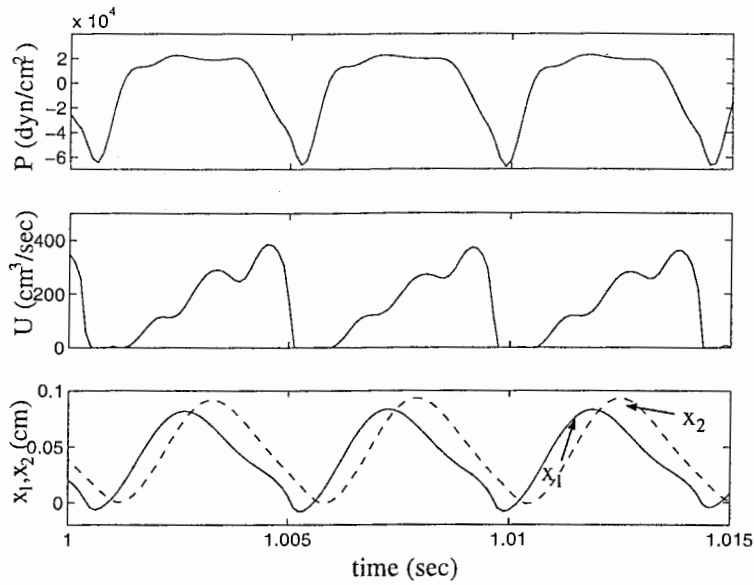


図 4: シミュレーション結果の例

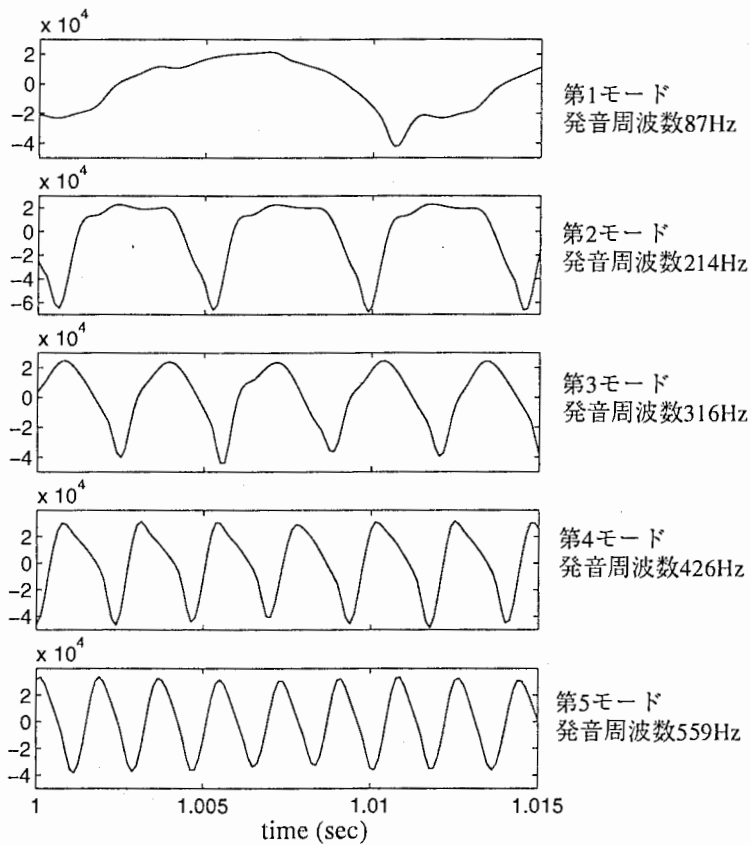


図 5: 各モードにおける音圧波形

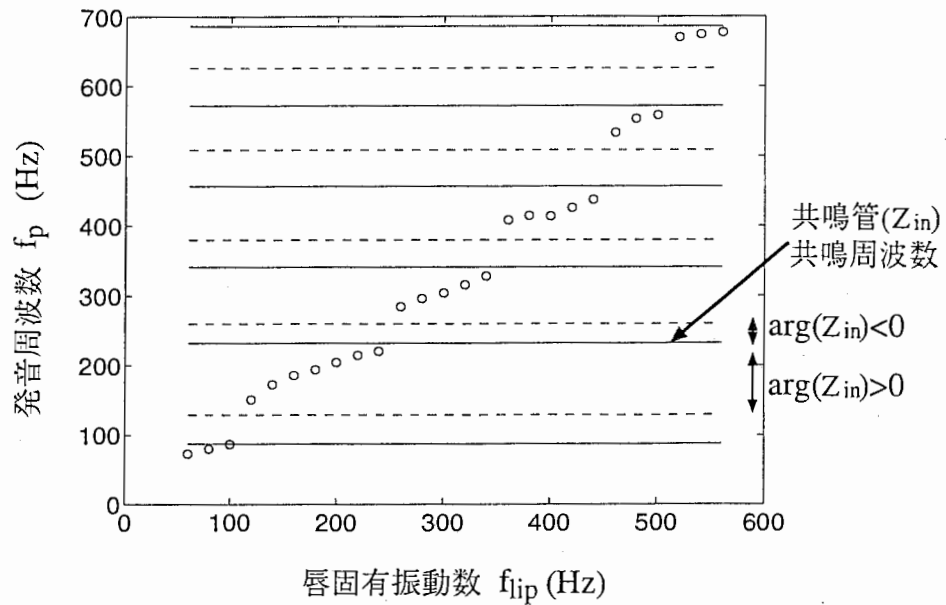


図 6: 発音周波数

## 5 考察

上向き、外向き両方の振動がみられると予想していたのに対し、シミュレーション結果では上向き振動のみがみられた。この原因を検討するため、2質量モデルを上向き・外向き両方の振動が報告されている声帯モデルとして用い、シミュレーションをおこなった。

シミュレーションの方法はこれまでに記した方法と同様であるが、モデル中の各変数の値は石坂・Flanagan が用いた値 [7] に変更し、また、共鳴管（声道）は断面積  $6\text{cm}^2$  の円筒管とし、長さは  $60\text{cm}$  と  $200\text{cm}$  の2通りについてシミュレーションを行った。 $60\text{cm}$  および  $200\text{cm}$  の長さは声道としては長すぎるが、声道の共鳴周波数を声帯の固有振動数と同程度にするために、このような値とした。

声道の長さが  $60\text{cm}$  の場合の発音周波数を図 7 に、 $200\text{cm}$  の場合の発音周波数を図 8 に示す。図 7 では、声帯が上向き・外向きの両方の振動をしていることがわかる。一方、図 8 では、金管楽器におけるシミュレーション結果と同様、上向き振動のみがみられる。

このように、共鳴管の長さによって声帯の振動状態が異なる結果が得られたことから、外向き振動がおきる条件として、共鳴管の長さがある程度よりも短い（共鳴周波数の間隔がある程度よりも小さい）、という必要条件があると考えられる。金管楽器の発音シミュレーションで用いた共鳴管の長さがかなり長い ( $135\text{cm}$ ) ことを考慮すると、上向き振動のみが得られた今回のシミュレーション結果は、この必要条件が満たされていないからであると考えられる。

## 6 まとめ

声帯モデルとして知られている 2 質量モデルを用いて唇の運動を記述し、時間領域での数値計算による金管楽器の発音シミュレーションを行った。

シミュレーションの結果から、2 質量モデルを用いた場合に発音が可能であることを示した。また、当初は声帯モデルでの報告から、上向き、外向き両方の振動がみられると予想していたが、シミュレーション結果では、上向き振動のみがみられた。これは、シミュレーションで用いた共鳴管の長さが長いからであると考えられる。



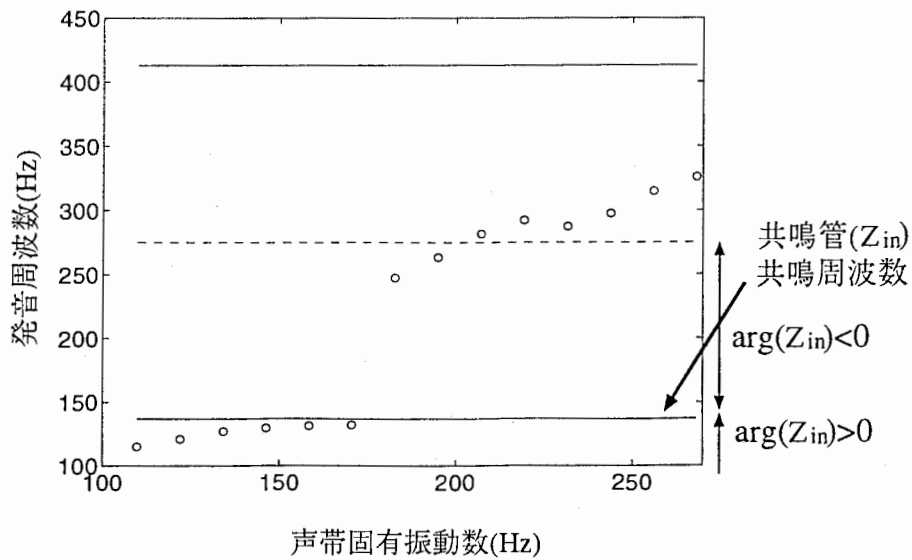


図 7: 声帯モデルにおける発音周波数 (共鳴管長 60cm)

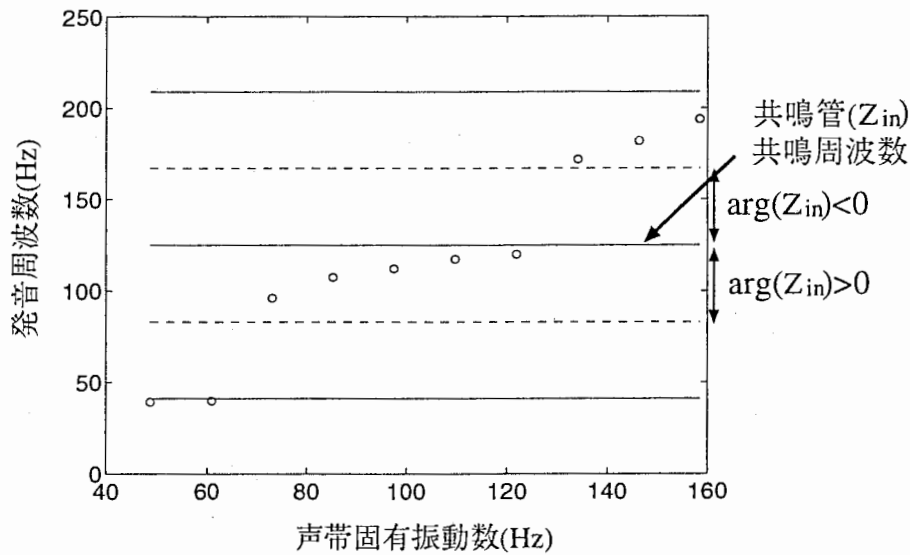


図 8: 声帯モデルにおける発音周波数 (共鳴管長 200cm)

#### 参考文献

- [1] 吉川 茂, “金管楽器奏者の唇のモデル化について”, 信学技報, **EA94-26**, Jul. 1994
- [2] S. Yoshikawa “Acoustical behavior of brass playre’s lips” J. Acoust. Soc. Am. **97**, pp. 1929-1939, 1995
- [3] 足立 整治, “金管楽器発音の時間領域シミュレーション”, 信学技報, **MA93-33**, Dec. 1993
- [4] S. Adachi and M. Sato “Time-domain simulation of sound production in the brass instrument”, J. Acoust. Soc. Am. **97**, pp. 3850-3861, 1995

- [5] S. Adachi and M. Sato "Trumpet sound simulation using a two-dimensional lip vibration model", J. Acoust. Soc. Am. **99**, pp. 1200-1209, 1996
- [6] K. Ishisaka and J.L. Flanagan "Synthesis of voiced sounds from a two-mass model of the vocal cords", Bell Syst. Tech. J., **50**, pp.1223-1268 1972
- [7] 石坂 健三, ジェームズ L. フラナガン "声帯音源の自励振動モデル", 日本音響学会誌, **34**, pp.122-131, 1978
- [8] S.J. Elliott and J.M. Bowsher, "Regeneration in brass wind instruments", J.Sound Vib., **83**, pp.181-217, 1982
- [9] D.W. Martin "Lip Vibrations in a cornet mouthpiece", J. Acoust. Soc. Am. **13**, pp.305-308, 1942
- [10] R.T. Schumacher "Ab initio calculations of the oscillations of clarinet", Acoustica **48**, pp.71-85, 1981