

TR-H-094

0042

局所微分フィルタを用いた多重スケール・  
多重方向場の表現と検出

志沢 雅彦  
磯 俊樹

1994. 8. 30

ATR 人間情報通信研究所

〒619-02 京都府相楽郡精華町光台2-2 ☎07749-5-1011

ATR Human Information Processing Research Laboratories

2-2, Hikaridai, Seika-cho, Soraku-gun, Kyoto 619-02 Japan

Telephone: +81-7749-5-1011

Facsimile: +81-7749-5-1008

局所微分フィルタを用いた多重スケール・多重方向場の表現と検出

志沢 雅彦†    磯 俊樹†\*

Direct Representation and Detection of Multi-Scale, Multi-Orientation Fields  
Using Local Differentiation Filters

Masahiko SHIZAWA†and Toshiki ISO†\*

†ATR 人間情報通信研究所 京都府  
ATR Human Information Processing Research Laboratories, Kyoto, 619-02  
Japan

\* 現在、NTT ヒューマンインタフェース研究所 横須賀市  
NTT Human Interface Laboratories, Yokosuka, 238-08 Japan

## Direct Representation and Detection of Multi-Scale, Multi-Orientation Fields Using Local Differentiation Filters

**Abstract** This paper provides a computational framework for representing and detecting multiple orientation fields from a set of local differentiation filters such as multi-scale Gaussian derivatives. In contrast to the previous work on steerable filters by Freeman & Adelson, the representation is direct and closed-form, i.e., we do not need to steer the filters to detect multiple orientations, but can estimate them in a single-shot manner by solving algebraic equations. Further, the filter does not need to be strongly tuned to orientations, since the derived algorithm does not suffer from the problem of interference between signal components of the multiple orientations. The capability of extracting the characteristic image structures of different scales are demonstrated by simulations. These advantages are accomplished by using the *Principle of Superposition*. Our framework suggests a mathematical basis of efficient and compact multi-scale, multi-orientation image representation in the hypercolumn of primary visual cortex.

**Keywords:** Orientation detection, Edge detection, Texture analysis, Differentiation filters, Principle of Superposition, Hypercolumn, Wavelet

## あらまし

多重スケール局所微分フィルタの集合から、各点に複数の方向性をもつ多重方向場を検出するための基礎理論を提案する。異なる指向性をもつ多数のフィルタを用いる従来法や、Freeman & Adelson の可操舵フィルタ (Steerable Filter) と異なり、本理論では、多重方向場を1個の基本拘束方程式で表現する。従来法において必要であった、出力の大きい指向性フィルタの選択処理は不要である。可操舵フィルタにおける出力の極大値探索も不要である。その代わりに、多重方向を陽に求める解析解が導出される。本理論は、演算子形式の線形重ね合わせの原理から導かれる。従来法においては、複数の方向性信号成分が、個々のフィルタの検出方向範囲内にある場合に、信号間の干渉作用の悪影響を受ける。そのため、鋭い指向性をもつフィルタが必要であった。本理論から導かれるアルゴリズムは、この干渉作用に影響されない。このアルゴリズムを用いると、画像の多重スケール表現において、交差などの特徴的画像構造を、低次の輝度微分情報から抽出できる。本理論は、脳内の1次視覚野のハイパーコラム構造における多重スケール・多重方向画像表現に新たな理論的基礎を与えると期待される。

## キーワード：

方向検出、エッジ検出、テクスチャ解析、微分フィルタ、重ね合わせの原理、ハイパーコラム、ウェーブレット

## 目次

あらまし	3
1 はじめに	5
2 画像における多重方向の表現法	9
2.1 微分演算子による単一方向の表現	9
2.2 線形重ね合わせの原理による多重方向の直接表現	11
3 パラメータ推定問題としての方向検出	13
3.1 最小情報からの解析解	14
3.1.1 $n = 1, r = 1$ の場合	14
3.1.2 $n = 1, r = 2$ の場合	14
3.1.3 $n = 2, r = 1$ の場合	15
3.2 最適化手法を用いた近傍情報の統合	15
3.2.1 $n = 1, r = 1$ の場合	17
3.2.2 $n = 2, r = 1$ の場合	17
3.3 基底フィルタ設計における quadrature pair の使い方	19
4 多重スケール・多重方向パターン解析への応用	21
4.1 実現したアルゴリズム	21
4.2 実験結果	22
5 まとめ	23
謝辞	26
参考文献	30

## 1 はじめに

画像の輝度パターンからの方向検出は、コンピュータビジョンと人間の視覚情報処理におけるもっとも基本的な特徴抽出である (9) (13) (14) (15) (24)。方向検出の応用には、(1) エッジと線パターンの検出 (3) (8)、(2) テクスチャ解析 (2) (22)、(3) 運動知覚 (1) (15)、などがある。しかし、従来のエッジ検出法や方向検出法は、多重方向パターン<sup>1</sup>を扱うことができない。これは、方向検出における透明視問題 (Transparency Problem) と呼ばれる<sup>(2)</sup>。多重方向の検出は、物体の相互関係を知るために必要な交差 (junction) の抽出にも重要な役割を演じる (1) (11) (12)。

従来、多重方向を検出するためには、異なる方向へ鋭い単一指向性を持つ多数のフィルタを配置し、出力が大きいフィルタの同調方向をパターンの方向として検出するのが一般的であった (3) (8) (13)。この従来法に対して、Freeman & Adelson は、可操舵フィルタ (Steerable filter) を提案した。可操舵フィルタは、少数の基底フィルタの線形結合で任意方向の単一指向性フィルタを構成する方法である。結合係数を連続変化させると、連続な方向検出特性が得られる。彼らは、可操舵フィルタの同調方向を連続に動

---

<sup>1</sup> 画像面の各点で、複数の異なる方向に方向性を持つ画像パターンを、多重方向パターンと呼ぶ。

かして複数方向を抽出する試みも行なった<sup>(6) (7)</sup>。Perona は、可操舵フィルタを発展させ、有限個の基底フィルタの線形結合でスケールと方向を両方連続的に変化させる可操舵可縮尺フィルタ (Steerable-scalable filter) を提案した<sup>(18)</sup>。

しかし、これらの方法では、単一方向に指向性を持つフィルタしか構成できない。多重方向の検出には、信号間の干渉作用を弱めるために鋭い指向性をもつフィルタを必要とした。Freeman & Adelson は、可操舵フィルタの方向パラメータを連続変化させた時の出力エネルギーのピークを検出する方法で多重方向を検出した。しかし、鋭い指向性を得るためには、高次の微分フィルタが必要である。高次微分はノイズの影響を受けやすい。微分の次数が増えるにつれ、必要とされる基底関数の数も増える。たとえば、2方向の検出には、4次以上の微分フィルタが必要であると主張されている<sup>(6)</sup>。一方、Freeman & Adelson<sup>(6)</sup>の可操舵性定理 (Steerability Theorem) によれば、微分の階数を  $n$  としたとき、必要な基底フィルタの数は、最低  $n + 1$  個である。

従来方法と可操舵フィルタのいずれにおいても、フィルタ窓内の信号の単一方向性が暗黙のうちに仮定されている。高次の微分フィルタを用いても、単一方向にしか指向性を持たないフィルタでは、信号成分間の干渉作用が必ず存

在する。この干渉問題 (Interference Problem) <sup>(5)</sup> は、単一方向性の前提がある限り避けられない。この限界は、可操舵フィルタが、1方向パラメータの関数であることに表れている。

図1は、Freeman <sup>(5)</sup>によって指摘された干渉問題の例である。この例では、直交する2直線(A,B)からなる2方向パターン(同図(a))を、可操舵2階微分フィルタに与えた場合を示す。同図(b)は、可操舵フィルタの方向パラメータ  $\theta$  を連続変化させて得られるエネルギーマップである。中心からの距離がエネルギーの値を表す。それぞれ単独パターン A と B に対するエネルギーマップは、Energy(A), Energy(B) で示した8の字型である。エネルギーマップを式で書くと、 $\{c\sin^2(\theta - \phi)\}^2$  である。 $\phi$  は、直線の方向である。これらのエネルギーマップは、各直線の方向を正しく反映している。それに対し、Energy(A+B) で示したのは、直線 A, B の重ね合わせに対するエネルギーマップである。このように、全く等方的な出力しか得られない。微分フィルタが線形なので、 $c\sin^2\theta$  と  $c\sin^2(\theta + 90^\circ)$  の和の2乗がフィルタの出力エネルギーである。実際、これを計算すると、 $\{c\sin^2\theta + c\sin^2(\theta + 90^\circ)\}^2 = \{c\sin^2\theta + c\cos^2\theta\}^2 = c^2$  (定数) である。つまり、可操舵2階微分フィルタでは、2重方向パターンは検出不可能である。Free-



man & Adelson<sup>(6)</sup> は、より指向性の鋭い可操舵4階微分フィルタを用いてこの問題に対処した。Perona<sup>(18)</sup>は、窓関数を非等方にして指向性を高めた可操舵可縮尺フィルタを多重方向検出に用いた。しかし、この処置を行っても干渉作用の影響は残る。

本論文で提案する理論は、多重方向性パターンが、単一方向性パターンの加法的(線形)重ね合わせで生成されるという仮定のもとで、微分フィルタの出力が満たす基本拘束方程式を与える。この方程式は、複数個の方向パラメータを陽に含む。この拘束方程式の2乗誤差関数は、複数の方向パラメータの関数である。これは、単一の方向パラメータの関数であった Freeman & Adelson の可操舵フィルタの場合と対照的である。この方法では、可操舵フィルタで避けられなかった干渉問題を、線形重ね合わせの仮定が成立する限り、回避できる。このエネルギー関数の最小化問題は解析的に解ける。すると、複数の方向パラメータを陽に表す公式が導かれる。

以下、第2章で、画像中の多重方向場を表す拘束方程式を、演算子形式を用いて一般的に表現する。第3章では、個々の特殊な場合について、方向検出の解析解を導出する。第4章では、多重スケール、多重方向検出のシミュレーション例を示す。

## 2 画像における多重方向の表現法

まず、微分演算子を用いて方向性パターンを特徴付ける拘束方程式を定義する。次に、重ね合わせの原理を用いて、多重方向場の基本方程式を導く。本論文では、2次元画像だけを対象とする。

### 2.1 微分演算子による単一方向の表現

単一方向の基本方程式の定義は、Freeman & Adelsonの可操舵フィルタの定義<sup>(6)</sup>に類似している。まず、 $\theta$ 方向への1階微分演算子を次式で定義する。

$$a(\theta) = \partial_\theta = (\cos \theta) \partial_x + (\sin \theta) \partial_y \quad (1)$$

$\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$  と  $\partial_y = \frac{\partial}{\partial y}$  は、それぞれ、 $x$  方向、 $y$  方向の偏微分演算子である。1重方向場  $\theta(x, y)$  は、この1階微分演算子で定義される次の方程式を満たす。

$$a(\theta(x, y))f(x, y) = 0 \quad (2)$$

多重スケールにおける方向場を定義するために、次の形式を用いる。

$$G_\sigma(x, y) \circ \{a(\theta(x, y))f(x, y)\} = 0 \quad (3)$$

$G_\sigma(x, y)$  は、スケールパラメータ  $\sigma$  で決まる窓関数で、 $\circ$  は、畳み込み演算子を表す。本論文では、このスケール窓

関数として、2次元等方ガウス関数を用いる。

$$G_{\sigma}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4)$$

方程式 (3) は、次式のガウス関数の微分 ( ガウススケール微分と呼ぶ ) との畳み込み積に書き直せる。

$$\{a(\theta(x, y))G_{\sigma}(x, y)\} \circ f(x, y) = 0 \quad (5)$$

実際の計算はこちらを用いる。

図 2(a) は、1 重方向場の定義である。本理論における方向は、Freeman & Adelson の可操舵フィルタ (6) や、Perona の可操舵・可縮尺フィルタ (18) などのエネルギー型方向検出子とは、定義が異なる。エネルギー型方向検出子では、出力エネルギーが最大値あるいは局所最大値をとる方向をパターン方向と定義している。本理論では、方程式 (5) の 2 乗誤差が最小になるパラメータ  $\theta$  を求める。単一方向の検出に関しては、これら 2 つの定義に、本質的違いは無い。方向パラメータの定義が  $90^{\circ}$  異なるだけである。しかし、次節で多重方向を陽に表現し検出する方法を導くにあたって、この定式化の違いが重要な役割を果たす。

方程式 (2) を拡張して、高階の方向性微分を用いた、指向性のより鋭い可操舵フィルタを定義できる。 $\theta$  方向の  $r$  階偏微分演算子は、 $\theta$  方向の 1 階偏微分演算子  $a(\theta)$  を  $r$

個合成して得られる。

$$a^r(\theta) = \partial_\theta^r = \{(\cos \theta)\partial_x + (\sin \theta)\partial_y\}^r \quad (6)$$

奇数次フィルタは、ステップ状エッジに敏感で、偶数次フィルタは、線状パターンに敏感である。以下、 $r$  を指向性次数と呼ぶ。可操舵性定理<sup>(6)</sup>によれば、 $r$  階の可操舵微分フィルタは、最小  $(r+1)$  個の基底フィルタの線形結合で実現できる。次式に基づいてガウス微分を用いた方向検出が可能である。

$$\{a^r(\theta(x,y))G_\sigma(x,y)\} \circ f(x,y) = 0 \quad (7)$$

Freeman & Adelson は、指向性次数を  $r=4$  とした可操舵フィルタを用いて、多重方向検出を行った<sup>(6) (7)</sup>。このアルゴリズムは、方向パラメータを連続変化させて、2乗エネルギーの複数ピークを求めるものであった。

## 2.2 線形重ね合わせの原理による多重方向の直接表現

重ね合わせの原理は、志沢と間瀬によってオプティカルフローにおける透明視の計算理論として、初めてビジョンに導入された<sup>(20)</sup>。重ね合わせの原理は、従来のビジョンの基本拘束を複数属性に関する基本拘束に拡張する基本原理を与える。

多重方向パターンは、加法的 (線形) 重ね合わせによって合成されると仮定する。例えば、2方向パターン  $f(x, y)$  は、2枚の単一方向パターン  $f_1(x, y)$  と  $f_2(x, y)$  の和  $f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y)$  で生成される。  $f_1(x, y)$  と  $f_2(x, y)$  は、基本方程式  $a(\theta_1)f_1(x, y) = 0$  と  $a(\theta_2)f_2(x, y) = 0$  で拘束されている。2方向  $\theta_1$  と  $\theta_2$  の定義は、図2(b) に示した。このとき、2重方向パターン  $f(x, y)$  に関する基本拘束方程式は、  $a(\theta_2)a(\theta_1)f(x, y) = 0$  である。この方程式の証明を以下に示す。

証明には、演算子  $a(\theta)$  に関する次の2性質を用いる。

(1) 線形性  $a(\theta)\{f(x, y) + g(x, y)\} = a(\theta)f(x, y) + a(\theta)g(x, y)$ ,  
 $a(\theta)0 = 0$ , (2) 可換性  $a(\theta_1)a(\theta_2) = a(\theta_2)a(\theta_1)$ 。ただし、方向場は滑らかで局所的に定数と見なした。これらを用いて、次の様に証明される。

$$\begin{aligned}
 & a(\theta_2)a(\theta_1)\{f_1(x, y) + f_2(x, y)\} \\
 = & a(\theta_2)a(\theta_1)f_1(x, y) + a(\theta_2)a(\theta_1)f_2(x, y) \\
 = & a(\theta_2)a(\theta_1)f_1(x, y) + a(\theta_1)a(\theta_2)f_2(x, y) \\
 = & a(\theta_2)\{a(\theta_1)f_1(x, y)\} + a(\theta_1)\{a(\theta_2)f_2(x, y)\} \\
 = & a(\theta_2)0 + a(\theta_1)0 = 0 + 0 = 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

$n$  重方向検出の基本拘束方程式の一般形は次式である。

$$a(\theta_n)a(\theta_{n-1}) \cdots a(\theta_1)f(x, y) = 0 \tag{9}$$

証明は、2重の場合と同様である。この方程式は、画像  $f(x, y)$  の  $n$  階偏微分のための拘束である。この方程式から、多重方向検出のための微分フィルタの基本拘束方程式を得る。

$$\{a(\theta_n)a(\theta_{n-1})\cdots a(\theta_1)G_\sigma(x, y)\} \circ f(x, y) = 0 \quad (10)$$

同様に、より高い指向性次数  $r$  を持つ場合の基本拘束方程式が、重ね合わせの原理から導かれる。

$$\{a^r(\theta_n)a^r(\theta_{n-1})\cdots a^r(\theta_1)G_\sigma(x, y)\} \circ f(x, y) = 0 \quad (11)$$

これは、画像  $f(x, y)$  の  $(rn)$  階偏微分フィルタ間の線形拘束である。この拘束式に必要な情報は、 $(rn+1)$  個の方向性ガウススケール微分の基底フィルタで実現できる。基本方程式 (10), (11) は、方向パラメータ  $\theta_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) の順序を入れ換えてもその意味が変化しない。

### 3 パラメータ推定問題としての方向検出

前節で導いた基本拘束方程式に基づいて方向検出アルゴリズムを導く。はじめに、最小限の情報からの解析解を求める。次に、局所最小2乗最適化を用いる。以下の議論では、 $f = f(x, y)$  と省略する。ガウススケール微分に関して、適宜次の記法を用いる。

$$G_\sigma^{(p,q)}(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial^{p+q}}{\partial x^p \partial y^q} G_\sigma(x, y) \quad (12)$$

$$G_\sigma^{[r,\theta]}(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \partial_\theta^r G_\sigma(x, y) = \{(\cos \theta)\partial_x + (\sin \theta)\partial_y\}^r G_\sigma(x, y) \quad (13)$$

### 3.1 最小情報からの解析解

基本方程式(11)は、 $n$ 個の未知パラメータ  $\theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$  を含む。したがって、原理的には、 $n$ 組のガウススケール微分情報があれば、 $n$ 元連立代数方程式をたてる事ができ、 $n$ 方向を求められる。ただし、 $r > 1$ の場合は、解が複数組得られる。解を1組に絞り込むにはさらに方程式が必要である。複数組のガウス微分は、近傍点の情報をまとめて得られる。

#### 3.1.1 $n = 1, r = 1$ の場合

この場合は、基本拘束方程式

$$\{a(\theta)G_\sigma\} \circ f = (\cos \theta)G_\sigma^{(1,0)} \circ f + (\sin \theta)G_\sigma^{(0,1)} \circ f = 0 \quad (14)$$

を解いて  $\theta$  が求められる。

$$\theta = \tan^{-1} \left( -\frac{G_\sigma^{(1,0)} \circ f}{G_\sigma^{(0,1)} \circ f} \right) \quad (15)$$

#### 3.1.2 $n = 1, r = 2$ の場合

同様に、2階微分フィルタの場合は、

$$\begin{aligned} \{a^2(\theta)G_\sigma\} \circ f &= (\cos^2 \theta) G_\sigma^{(2,0)} \circ f + (\sin^2 \theta) G_\sigma^{(0,2)} \circ f \\ &+ 2(\sin \theta \cos \theta) G_\sigma^{(1,1)} \circ f = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

を  $\theta$  について解いて、次の解が得られる。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-G_\sigma^{(1,1)} \circ f \pm \sqrt{(G_\sigma^{(1,1)} \circ f)^2 - (G_\sigma^{(2,0)} \circ f)(G_\sigma^{(0,2)} \circ f)}}{G_\sigma^{(0,2)} \circ f} \quad (17)$$

2解の存在は、単一点における2階局所微分情報だけでは、方向パラメータを一意に決定できないことを示す。この場合は、近傍情報を統合する必要がある。

### 3.1.3 $n = 2, r = 1$ の場合

2重方向の場合には、2方向  $\theta_1, \theta_2$  をパラメータを持つ2階偏微分のための線形拘束方程式である。

$$\begin{aligned} & \{a(\theta_2)a(\theta_1)G_\sigma\} \circ f \\ &= (\cos \theta_1 \cos \theta_2)G_\sigma^{(2,0)} \circ f + (\sin \theta_1 \sin \theta_2)G_\sigma^{(0,2)} \circ f \\ &+ (\cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2)G_\sigma^{(1,1)} \circ f = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

2点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  における画像微分量を用いる。すると、 $\theta_1, \theta_2$  は、次式で求められる。

$$\theta_1, \theta_2 = \tan^{-1} \frac{-D_2 \pm \sqrt{D_2^2 - 4D_1D_3}}{2D_1} \quad (19)$$

ただし、

$$\begin{aligned} D_1 &= \det \begin{bmatrix} (G_\sigma^{(0,2)} \circ f)(x_1, y_1) & (G_\sigma^{(0,2)} \circ f)(x_2, y_2) \\ (G_\sigma^{(1,1)} \circ f)(x_1, y_1) & (G_\sigma^{(1,1)} \circ f)(x_2, y_2) \end{bmatrix}, \\ D_2 &= \det \begin{bmatrix} (G_\sigma^{(2,0)} \circ f)(x_1, y_1) & (G_\sigma^{(2,0)} \circ f)(x_2, y_2) \\ (G_\sigma^{(0,2)} \circ f)(x_1, y_1) & (G_\sigma^{(0,2)} \circ f)(x_2, y_2) \end{bmatrix}, \\ D_3 &= \det \begin{bmatrix} (G_\sigma^{(1,1)} \circ f)(x_1, y_1) & (G_\sigma^{(1,1)} \circ f)(x_2, y_2) \\ (G_\sigma^{(2,0)} \circ f)(x_1, y_1) & (G_\sigma^{(2,0)} \circ f)(x_2, y_2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

## 3.2 最適化手法を用いた近傍情報の統合

前節の公式は、方向を決定するために必要な最小限の情報を解析的に表現している。これは、理論的な興味はある



ものの、実際の実現には向かない。画像のノイズと空間量子化誤差のために、計算は、不良設定になりやすい。そこで、周辺の情報を統合して良設定の問題に変換する必要がある。これには、例えば、正則化理論<sup>(19)</sup>の応用が考えられる。しかし、方向の多重度が画像の各点で異なる場合の扱いが困難である。そこで、本論文のアルゴリズムでは、局所最適化の方法を用いる。

多重度が  $n$ 、指向性次数が  $r$  の場合の 2 乗誤差エネルギー関数を次式で定義する。

$$E^{(n,r)}(\theta_1(x_0, y_0), \theta_2(x_0, y_0), \dots, \theta_n(x_0, y_0)) = \int_{\mathcal{R}^2} \|w(x - x_0, y - y_0) \times \{a^r(\theta_n) \dots a^r(\theta_1) G_\sigma(x, y)\} \circ f(x, y)\|^2 dx dy \quad (21)$$

重み関数  $w(x - x_0, y - y_0)$  は、 $(x_0, y_0)$  を中心とする近傍領域を定める。この近傍領域で局所最適化を行う。エネルギー関数 (21) の最小化から、 $n$  方向  $\theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$  の推定値が求められる。これを行う一つの方法は、 $\theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$  で張られる  $n$  次元パラメータ空間を探索することである。可操舵フィルタで行われていた複数ピークの探索が、 $n$  重積空間  $[0, \pi]^n$  における単一の最小値の探索に置き換わる。しかし、以下に示される通り、小さい多重度  $n$  と小さい指向性次数  $r$  に対しては、簡単な解析解が得られる。

3.2.1  $n = 1, r = 1$  の場合

この場合は、次の固有値問題を解いて解析的アルゴリズムが得られる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (22)$$

ただし、各係数は、次式で定義した。

$$\begin{aligned} a_{11} &= \int_{\mathcal{R}^2} \{w(x - x_0, y - y_0)\}^2 \left\{ (G_\sigma^{(1,0)} \circ f)(\overline{G_\sigma^{(1,0)} \circ f}) \right\} dx dy, \\ a_{12} &= \frac{1}{2} \int_{\mathcal{R}^2} \{w(x - x_0, y - y_0)\}^2 \left\{ (G_\sigma^{(1,0)} \circ f)(\overline{G_\sigma^{(0,1)} \circ f}) + (G_\sigma^{(0,1)} \circ f)(\overline{G_\sigma^{(1,0)} \circ f}) \right\} dx dy, \\ a_{22} &= \int_{\mathcal{R}^2} \{w(x - x_0, y - y_0)\}^2 \left\{ (G_\sigma^{(0,1)} \circ f)(\overline{G_\sigma^{(0,1)} \circ f}) \right\} dx dy \end{aligned} \quad (23)$$

$\bar{g}_i$  は、 $g_i$  の複素共役を表す。線形フィルタの出力は、quadrature pair を用いて複素数に拡張される。

3.2.2  $n = 2, r = 1$  の場合

最低次（2次）の微分フィルタを用いた2方向の検出も閉形式解を得ることができる。まず、式(18)において、係数  $\cos \theta_1 \cos \theta_2, \sin \theta_1 \sin \theta_2, \cos \theta_1 \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2$  を、それぞれ  $P_1, P_2, P_{34}$  で置き換える。すると、方程式はこれらのパラメータに関して線形になる。エネルギー最小化問題は、次の固有値方程式に帰着される。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 2a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & 2a_{23} \\ 2a_{13} & 2a_{23} & 4a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_{34} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_{34} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

各係数は次式で定義される。

$$a_{ij}(x_0, y_0) = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{R}^2} \{w(x - x_0, y - y_0)\}^2 (g_i \bar{g}_j + g_j \bar{g}_i) dx dy \quad (25)$$

$g_i$  は、それぞれ、 $g_1 = G_\sigma^{(2,0)} \circ f$ ,  $g_2 = G_\sigma^{(0,2)} \circ f$ ,  $g_3 = G_\sigma^{(1,1)} \circ f$  である。ベクトル  $(P_1, P_2, P_{34})$  は、定数倍を除いて決まる。以下、 $P_1, P_2, P_{34}$  から  $\theta_1, \theta_2$  を求める公式を導く。次の恒等式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (p_1 \otimes p_2 + p_2 \otimes p_1) &= \left\{ \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \right\} \left\{ \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \right\}^T \\ &\quad - \left\{ \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \right\} \left\{ \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \right\}^T, \end{aligned} \quad (26)$$

ただし、 $p_1 = (\cos \theta_1, \sin \theta_1)^T$ 、 $p_2 = (\cos \theta_2, \sin \theta_2)^T$  である。このとき、 $(p_1 + p_2, p_1 - p_2) = 0$  が成り立つ。つまり、 $p_1 + p_2$  と  $p_1 - p_2$  は、互いに垂直である。この事実と、行列の固有値展開を用いて  $p_1 + p_2$  と  $p_1 - p_2$  を求める。行列  $M$  と、その固有値展開を次式で定義する。

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} P_1 & P_{34} \\ P_{34} & P_2 \end{bmatrix} \\ &= (\sqrt{\lambda_+} e_+) (\sqrt{\lambda_+} e_+)^T - (\sqrt{-\lambda_-} e_-) (\sqrt{-\lambda_-} e_-)^T, \end{aligned} \quad (27)$$

2個の固有値  $\lambda_+$  と  $\lambda_-$  は、不等式  $\lambda_- < 0 < \lambda_+$  を満たす。 $e_+$  と  $e_-$  は、それぞれ、固有値  $\lambda_+$  と  $\lambda_-$  に対応する単位固有ベクトルである。このとき、式 (26) と式 (27) を

比較して次式を得る。

$$\frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = k\sqrt{\lambda_+}\mathbf{e}_+, \quad \frac{1}{2}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) = k\sqrt{-\lambda_-}\mathbf{e}_-, \quad (28)$$

$k$  は定数である。結局、 $(\cos \theta_1, \sin \theta_1)^T$  と  $(\cos \theta_2, \sin \theta_2)^T$  に対して次の解が得られる。

$$\begin{aligned} (\cos \theta_1, \sin \theta_1)^T &= \sqrt{\frac{-\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-}}\mathbf{e}_+ + \sqrt{\frac{\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-}}\mathbf{e}_-, \\ (\cos \theta_2, \sin \theta_2)^T &= -\sqrt{\frac{-\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-}}\mathbf{e}_+ + \sqrt{\frac{\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-}}\mathbf{e}_-. \end{aligned} \quad (29)$$

方向パラメータ  $\theta_1$  と  $\theta_2$  は、これらの単位ベクトルからただちに計算できる。

### 3.3 基底フィルタ設計における quadrature pair の使い方

線特徴とステップ状の特徴にともに反応するフィルタを設計するには、quadrature pair を用いた方法がある。Freeman & Adelson は、この手法を応用して可操舵フィルタを設計した<sup>(6) (7)</sup>。彼らは、可操舵フィルタ  $G(\theta)$  とそのヒルベルト変換  $H(\theta)$  を別々に設計し、それらをエネルギー関数のレベルで

$$E(\theta) = \{G(\theta)\}^2 + \{H(\theta)\}^2 \quad (30)$$

と合成した。本論文の場合にも、これを次式の様に複数方向に拡張して利用できる。

$$E(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) = \{G(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)\}^2 + \{H(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)\}^2 \quad (31)$$

もう少し、直接的な表現も可能である。式 (25) の  $g_i$  では、関数  $G(\theta)$  と、そのヒルベルト変換  $H(\theta)$  を複素数の実部と虚部に割り当てて、次の1個の複素数値フィルタと考える。

$$F(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) = G(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + iH(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \quad (32)$$

そして、2乗エネルギーを複素絶対値の2乗で定義する。

このとき、

$$\begin{aligned} E(\theta_1, \dots, \theta_n) &= F(\theta_1, \dots, \theta_n) \overline{F}(\theta_1, \dots, \theta_n) \\ &= \{G(\theta_1, \dots, \theta_n) + iH(\theta_1, \dots, \theta_n)\} \{G(\theta_1, \dots, \theta_n) - iH(\theta_1, \dots, \theta_n)\} \\ &= \{G(\theta_1, \dots, \theta_n)\}^2 + \{H(\theta_1, \dots, \theta_n)\}^2 \end{aligned} \quad (33)$$

である。結局、 $G$  と  $H$  を別々に設計して2乗エネルギーのレベルで合成しても、初めから、複素数として定義しても同等である。

本論文の議論では、座標軸方向に分離可能なフィルタ  $G_\sigma^{1,1}(x, y)$  などを用いた。Freeman & Adelson (6) (7) は、同じ形状のフィルタを異なる方向に指向性を持つように配置しても基底フィルタ集合を構成可能なことを指摘した。例えば、2階のガウススケール微分フィルタの場合は、

$$G_\sigma^{(1,1)} = \frac{1}{2} \{G_\sigma^{[2,45^\circ]} - G_\sigma^{[2,135^\circ]}\} \quad (34)$$

である。したがって、2階ガウス方向微分を回転させて得られる4個のフィルタ、 $G_\sigma^{[2,0^\circ]}$ ,  $G_\sigma^{[2,45^\circ]}$ ,  $G_\sigma^{[2,90^\circ]}$ ,  $G_\sigma^{[2,135^\circ]}$

を基底関数として利用できる。これらのフィルタの quadrature pair は、容易に求められる。それらを式 (23) や 式 (25) に用いるのは容易である。

#### 4 多重スケール・多重方向パターン解析への応用

本節では、前節で導いたアルゴリズムを応用した、多重スケール・多重方向検出のシミュレーション結果を示す。第 3.2.1 節と第 3.2.2 節のアルゴリズムを quadrature pair を用いて実現した。

##### 4.1 実現したアルゴリズム

エネルギーの積分には、次の形の円窓関数  $w(x, y)$  を用いた。

$$w(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{for } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \epsilon, \\ 0, & \text{for } \sqrt{x^2 + y^2} > \epsilon. \end{cases} \quad (35)$$

方程式 (22) と 方程式 (24) の固有値を用いて方向数を決定した。

まず、1 重方向 (式 (22)) と 2 重方向 (式 (24)) のそれぞれの場合について、小さい方から 2 個の固有値  $\lambda_{\min}, \lambda_{\min-1}$  ( $\lambda_{\min} < \lambda_{\min-1}$ ) の比  $\lambda_{\min}/\lambda_{\min-1}$  を計算する。次に、この比を比較し、小さい方をとる方向数を選択した。ただし、 $\lambda_{\min}, \lambda_{\min-1}$  がともに  $10^{-6}$  以下のときは、比の値に関

係無く、方向検出不能と判定した。実験結果の図では、方向検出不能の場合をドットで示した。

このアルゴリズムでは、1階と2階のガウススケール微分とそれらのヒルベルト変換だけが用いられた。

## 4.2 実験結果

図3は、ステップエッジパターンと「かど」に対する結果を示す。図(a)の格子パターンを用いた。これは、太さ8[pixel]の直線を用いて生成した。図(b)は、1重方向検出だけを用いて得られた結果である。直線の交差の部分で、誤った方向が検出されている。図(c)は、1重、2重方向検出を両方用いた結果である。交差の部分の2重方向が正しく検出された。用いたガウス微分フィルタのスケールは、 $\sigma = 0.6[\text{pixel}]$ 、積分領域は、 $\epsilon = 5[\text{pixel}]$ である。

図4は、線状パターンに対する結果を示す。図(a)のパターンを用いた。これは、太さ2[pixel]の「く」の字型パターンを配列して生成した。図(b)は、1重方向検出だけを用いて得られた結果である。直線の屈折点が正しく検出できない。図(c)は、1重、2重方向検出を両方用いた結果である。屈折点において2重方向が正しく検出された。用いたガウス微分フィルタのスケールは、 $\sigma = 0.6[\text{pixel}]$ 、積分領域は、 $\epsilon = 5[\text{pixel}]$ である。

図5は、異なるスケールで特徴的な多重方向を検出した

結果である。図 (a) のパターンを用いた。これは、 $9[\text{pixel}] \times 9[\text{pixel}]$  の矩形を図の様に配置したものである。図 (b),(c),(d) は、ガウス微分フィルタのスケールをそれぞれ  $\sigma = 1, 4, 16[\text{pixel}]$  とした場合の結果である。積分領域は、すべて  $\epsilon = 5[\text{pixel}]$  である。図 (b) では、要素矩形の辺に対応する 2 重方向が検出された。図 (c) では、5 個の要素矩形からなる X 型の構造に対応する 2 重方向が検出された。図 (d) では、画像全体の X 型の構造に対応する方向場が検出された。画像中心において 2 重方向が正しく検出されている。図 5 の例では、各スケールにおける特徴的な画像構造である多重方向が正しく検出された。従来から初期視覚の基礎理論として用いられてきた  $\nabla^2 G$  演算子 (ラプラス-ガウス演算子) のゼロ交差のスケールスペース表現<sup>(23)</sup> は、画像中の多重方向場を直接表現できない。

## 5 まとめ

画像から、微分フィルタを用いて多重方向場を表現し検出するための基本理論を提案した。本論文で提案した多重方向場の直接表現法は、数学的に簡潔なパラメトリック線形演算子で記述されている。単一方向性パターンの加法的重ね合わせで多重方向性パターンが生成されるという前提条件のもとで、本表現法は数学的に厳密である。従来法は、この前提条件が明確でなかったばかりでなく、複数の方



向性パターンの信号成分が1個のフィルタに影響を与えることに起因する干渉問題を避けられなかった。現実の画像では、厳密な加法的重ね合わせは、むしろ特殊例である。しかし、従来法では、この前提条件が明確でなかった。加法的重ね合わせの仮定は、一般化重畳<sup>(16)</sup>によって緩めることができる。しかし、加法的重ね合わせが厳密に成立しなくても、多重スケール化して特定のスケールで見ると近似的に加法的重ね合わせである場合は多いと考えられる。

本論文の理論は、2次元画像の情報処理に限っても非常に広い応用が考えられる。以下にその例を列挙する。

(1) コンピュータビジョンの物体認識・シーン理解、ヒューマンビジョンの物体・環境理解モデルのための初期視覚処理にとって、方向検出はもっとも基本的な要素である<sup>(1)</sup><sup>(15)</sup>。特に、複数の方向性パターンによって構成される交差(junction)形状はビジョンのアルゴリズムにとって非常に豊富な情報を持っている<sup>(1)</sup>。磯と志沢は、本理論を用いて得られる方向情報をもとに、2重方向を持つL-, T-, X- 交差、3重方向を持つY-, arrow-,  $\psi$ -, K- 交差の分類を行い良好な結果を得ている<sup>(11)</sup><sup>(12)</sup>。

(2) Gabor 関数などの指向性をもつ関数による関数展開を用いた画像符号化においては<sup>(4)</sup>、多数の方向性基底フィルタの係数の量子化によって符号化を行っていた。よ

り少数の基底で高精度に符号化するための基礎理論として用いることが考えられる。

(3) 脳の初期視覚情報表現として、方向性パターンの表現は、もっとも基本的である<sup>(9)</sup><sup>(14)</sup>。本理論は、1次視覚野のハイパーコラム構造において、有限少数個の方向に同調する受容野の集合が、連続に変化する複数方向を表現可能なための条件を数学的理想化のもとで記述していると考えられる。

## 謝辞

ATR 視聴覚機構研究所 淀川英司社長(現在、工学院大学)、下原勝憲認知機構研究室長(現在、人間情報通信研究所)、ATR 人間情報通信研究所 東倉洋一社長、赤松茂第2研究室長には、本研究の機会を与えていただいた。可線舵フィルタの干渉問題に関して、William Freeman 博士にご討論と私信をいただいた。ATR 人間情報通信研究所 佐藤雅昭博士には、quadrature pair の設計に関してご教示いただいた。(株)CSK 佐藤昌義氏には、シミュレーションにご協力いただいた。以上の諸氏に深く謝意を表す。

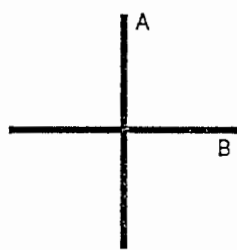
## 文 献

- (1) Adelson EH, Bergen JR (1991) The plenoptic function and the elements of early vision. In: Landy MS, Movshon JA (eds) Computational models of visual processing. MIT Press, MA.
- (2) Bovik AC, Clark M, Geisler WS (1990) Multichannel texture analysis using localized spatial filters. IEEE Pattern Anal & Machine Intell 12: 55-73
- (3) Canny JF (1986) A computational approach to edge detection. IEEE Patt Anal & Mach Intel 8: 679-698
- (4) Daugman JG (1988) Complete Discrete 2-D Gabor Transforms by Neural Networks for Image Analysis and Compression. IEEE Trans. Acoust. Speech, and Signal Processing, 36, pp.1169-1179.
- (5) Freeman WT (1990) Problems with quadrature pair filters for measuring multiple orientations. 私信
- (6) Freeman WT, Adelson EH (1991) The design and use of steerable filters. IEEE Pattern Anal & Machine Intell 13: 891-906

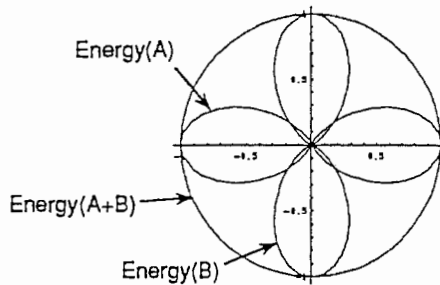
- (7) Freeman WT (June 1992) Steerable filters and local analysis of image structure. PhD thesis MIT Media Lab
- (8) Granlund GH (1978) In search of a general picture processing operator. *Comput. Graphics & Image Process.* 8: 155-173
- (9) Hubel D, Wiesel T (1959) Receptive fields of single neurons in the cat's striate cortex. *J Physiol (Lond)* 148: 574-591
- (10) 磯俊樹、志沢雅彦：“演算子形式を用いたウェーブレット表現からの多重方向検出の統一的方法,” *画像の認識・理解シンポジウム (MIRU'92)*, 2, pp.29-36 (1992.7).
- (11) 磯俊樹、志沢雅彦：“局所微分情報に基づく交差形状解析：低次微分フィルターによる L, T, X 交差検出,” *電子情報通信学会論文誌 D-II, J76-D-II*, 12, pp.2529-2536 (1993.12).
- (12) 磯俊樹、志沢雅彦：“3次元物体投影像における一撃的交差形状解析法,” *ATR テクニカルレポート*, TR-H-060 (1994.2.28).
- (13) Kass M, Witkin A (1985) Analyzing oriented patterns. In: *Proc 9th IJCAI Los Angeles CA* 944-952
- (14) Koenderink JJ, van Doorn AJ (1990) Receptive field families. *Biol Cybern* 63: 291-298

- 
- (15) Marr D, Ullman S (1981) Directional selectivity and its use in early visual processing. Proc Royal Society of London B211, pp.151-180.
- (16) A.V.Oppenheim: Generalized superposition, Information and Control (1968).
- (17) Penrose R (1989) The emperor's new mind: concerning computers, minds, and the laws of physics. Oxford univ press Oxford UK
- (18) Perona P (1992) Steerable-scalable kernels for edge detection and junction analysis. In: Sandini G (ed) Computer vision — ECCV92, 2nd European conference on computer vision, Lecture notes in computer science 588. Springer-Verlag Berlin pp 425-433
- (19) Poggio T, Torre V, Koch C: "Computational vision and regularization theory," Nature 317, pp.314-319 (1985).
- (20) 志沢雅彦, 間瀬健二: "多重オブティカルフロー: 基本拘束方程式と運動透明視・運動境界検出の統一計算理論," 電子情報通信学会論文誌 D-II, J76-D-II, 5, pp.987-1005 (1993.5).

- 
- (21) Shizawa M and Iso T (June,1993) Direct representation and detection of multi-scale, multi-orientation fields using local differentiation filters. Proc. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR'93), pp.508-514.
- (22) Turner M (1986) Texture discrimination by Gabor functions. Biol Cybern 55:71-82
- (23) Witkin AP (1983) Scale-space filtering. In: Proc 8th IJ-CAI Karlsruhe, Germany 1019-1022
- (24) Zucker SW (1985) Early orientation selection: tangent fields and the dimensionality of their support. Comp Vis Graphics & Image Proc 32: 74-103



(a)



(b)

図 1 可操舵フィルタ (Steerable Filter) における干渉作用の問題<sup>(5)</sup>

Fig. 1 The Interference Problem with Steerable Filters

(a) A multiple orientation line pattern. (b) Energy responses of the conventional second-order steerable filter to vertical and horizontal line features, and a response to their superposition.



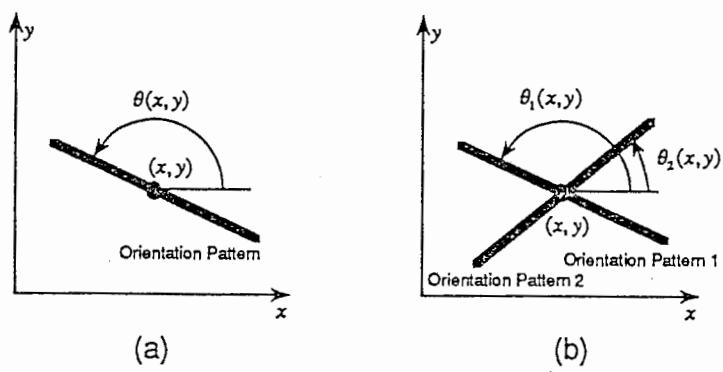


図 2 単一方向場、多重方向場の定義

Fig. 2 Definitions of Single- and Multi-Orientation Fields.

(a) Definition of single-orientation field. (b) Definition of two-fold multi-orientation field.

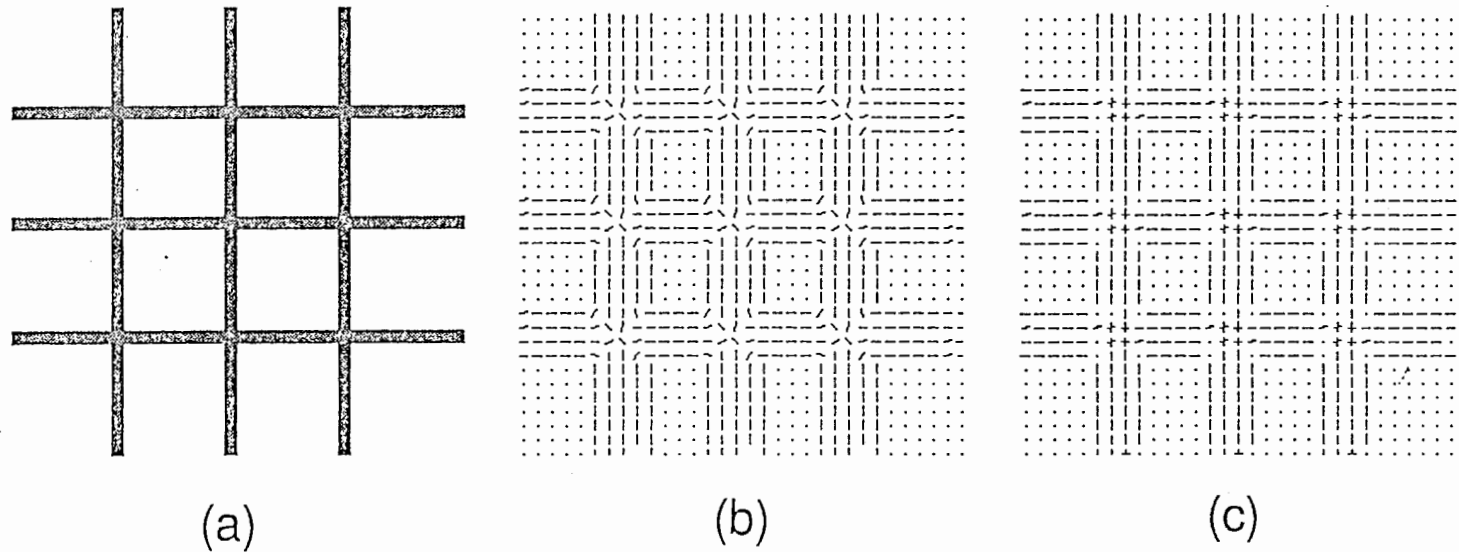


図3 ステップ型エッジと「かど」に対するシミュレーション結果

Fig. 3 Results for Step Edges and Corners.

(a) This pattern is composed of 8-pixel-wide vertical and horizontal lines. The scale parameter of the filter was  $\sigma = 0.6$ [pixel] and  $\epsilon = 5$ [pixel]. The display of the orientation was at an interval of 8 pixels. (b) Output of the single-orientation detector using the first-order scaled derivatives. At the corner points, the detector responses are incorrect. (c) Results of our multiple orientation detector using the second-order scaled derivatives. The multiple orientations at corner points are correctly detected and estimated.

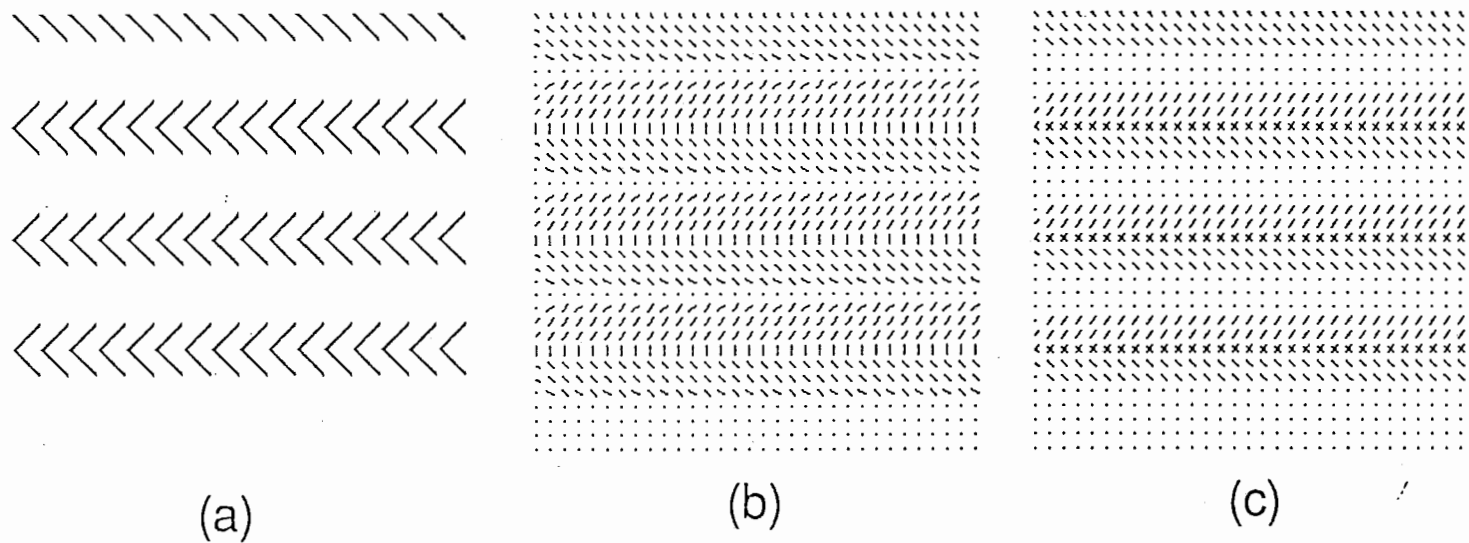
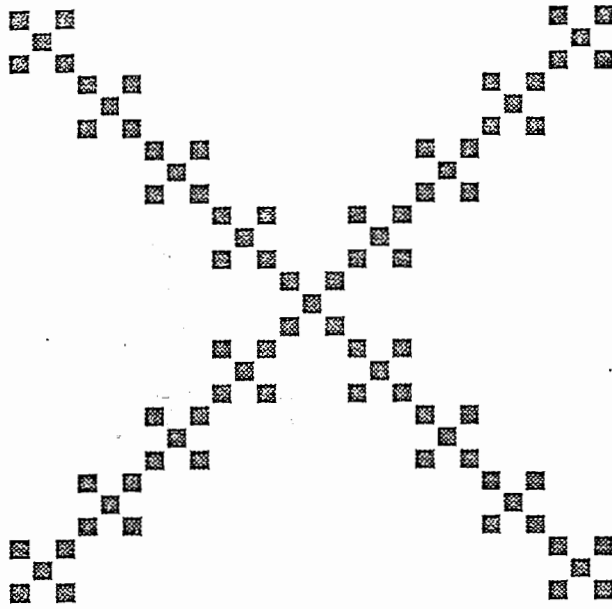


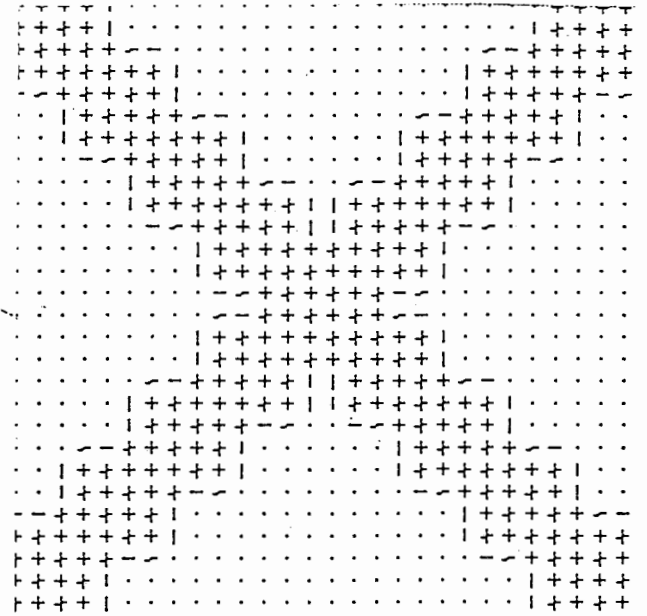
図 4 線特徴に対する結果

Fig. 4 Results for line features.

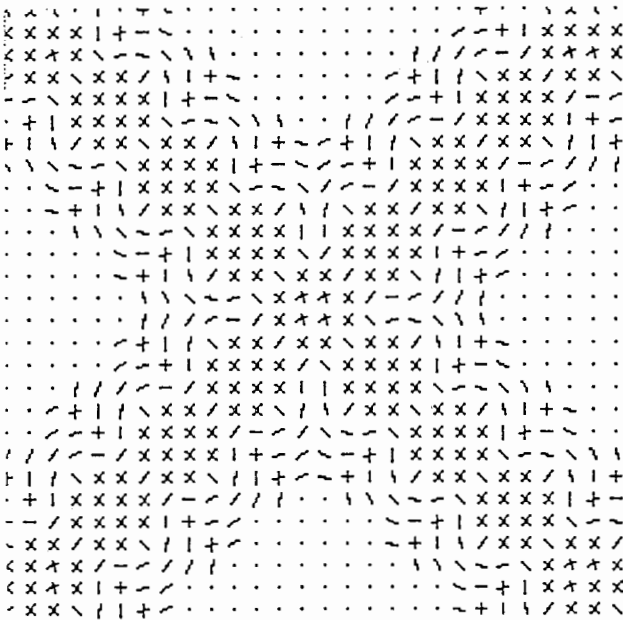
(a) This pattern is composed of 2-pixel-wide digital line features with folding points. The scale parameter of the filter was  $\sigma = 0.6[\text{pixel}]$  and  $\epsilon = 5[\text{pixel}]$ . The display of the orientation was at an interval of 8 pixels. (b) Output of the single-orientation detector using the first-order scaled derivatives. At the folding points, the filter responses are incorrect. (c) Results of our multiple orientation detector using the second-order scaled derivatives. It is clear that the multiple orientations at folding points are correctly detected and estimated.



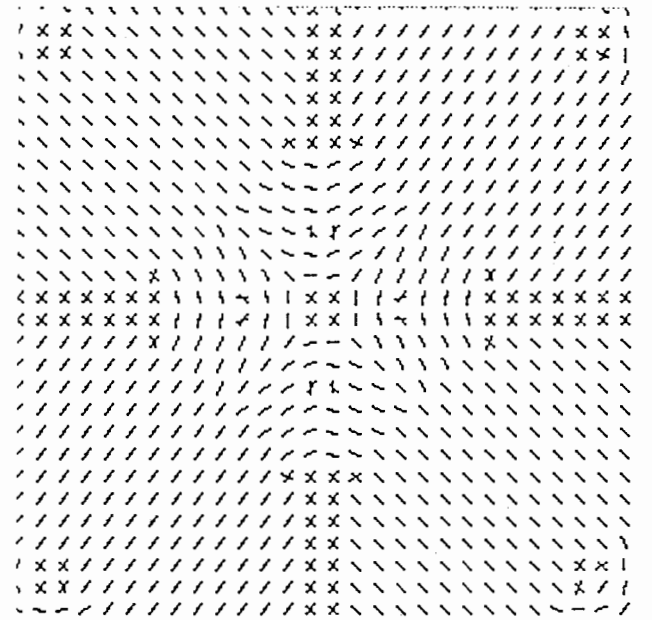
(a)



(b)



(c)



(d)

図5 複雑なパターンに対する多重スケール、多重方向検出結果

Fig. 5 Results of multi-scale, multi-orientation detection for a complex pattern.

- (a) The pattern is composed of elementary square patterns of  $9 \times 9$  pixels. The scale parameter  $\sigma$  was 1, 4 and 16[pixel] and  $\epsilon = 5$ [pixel]. The display of the orientation was at an interval of 9 pixels. (b) Results for the case of  $\sigma = 1$ [pixel]. Two orientations of sides of the elementary squares were detected. (c) Results for the case of  $\sigma = 4$ [pixel]. Two orientations of a more global structure composed of five elementary squares were detected. (d) Results for the case of  $\sigma = 16$ [pixel]. Two orientations of a global X shape in the overall image were detected.