

TR-H-054

大規模非線形計画問題に対する
逐次線形化法

山川 栄樹
阿部 敦 (奈良先端科技院大)

1994. 2. 18

ATR 人間情報通信研究所

〒619-02 京都府相楽郡精華町光台 2-2 ☎07749-5-1011

ATR Human Information Processing Research Laboratories

2-2, Hikaridai, Seika-cho, Soraku-gun, Kyoto 619-02 Japan

Telephone: +81-7749-5-1011

Facsimile: +81-7749-5-1008

大規模非線形計画問題に対する逐次線形化法

人間情報通信研究所 第6研究室 指導者 山川 栄樹
実習生 阿部 敦 (奈良先端科技院大)

1 はじめに

現在非線形計画問題も理論的にはかなり整理され、特に最近の並列計算機の進歩により、並列化可能なアルゴリズムを適用してより大きな問題を高速に解くことに注目が集まっている。今回の実習では[1]で提案されている Successive Linearization Method - Successive OverRelaxation(SLM-SOR)、SORと同様に Row-action アルゴリズムとして分類される Jacobi 法を実装した SLM-JacobiOverRelaxation、(SLM-JOR)そして同等の処理をする並列版 SLM-JOR を実際にプログラムを組んで、それらを比較検討する。

2 問題の定式化 と SLM の基本アルゴリズム

以下のような非線形計画問題を考える。

$$\begin{aligned} NLP : \quad & \min f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, \bar{m} \\ & g_i(x) \leq 0, \quad i = \bar{m} + 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

SLM アルゴリズムの収束性については [1] に詳しく述べられているので、ここではアルゴリズムの概要を紹介するにとどめる。

まず (1) の最適 Lagrange 乗数を u^* とする時、 $r_i \geq |u_i^*|, i = 1, \dots, m$ ならば、次の関数は (1) の正確なペナルティ関数となる。

$$p(x) \equiv f(x) + \sum_{i=1}^{\bar{m}} r_i |g_i(x)| + \sum_{i=\bar{m}+1}^m r_i \{g_i(x)\}_+ \quad (2)$$

SLM は (2) の線形近似関数

$$\bar{p}(x, d) \equiv f(x) + \nabla f(x)^T d + \sum_{i=1}^{\bar{m}} r_i |g_i(x) + \nabla g_i(x)^T d| + \sum_{i=\bar{m}+1}^m r_i \{g_i(x) + \nabla g_i(x)^T d\}_+ \quad (3)$$

ただし、

$$\{\cdot\}_+ \equiv \max\{0, \cdot\} \quad (4)$$

をステップサイズ: d を制限するために付加した凸 2 次項とともに最小化する部分問題 SP

$$\min \frac{1}{2} \lambda^k d^T C^k d + \bar{p}(x^k, d) \quad (5)$$

を繰り返し解いて原問題の解を得ようとする方法である。

2.1 部分問題 SP について

SLM のアルゴリズム実現する際には、部分問題 (5) と等価な 2 次計画問題に対する Lagrange の双対問題:

$$\begin{aligned} DSP(x, C, \lambda) : \min \phi(u) \\ \text{s.t.} \quad & -r_i \leq u_i \leq r_i, \quad i = 1, \dots, \bar{m}, \\ & 0 \leq u_i \leq r_i, \quad i = \bar{m} + 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (6)$$

を解く。ここに、

$$\begin{aligned} \phi(u) &= \frac{1}{2\lambda} \nabla L^T(x, u) C^{-1} \nabla L(x, u) - \sum_{i=1}^m u_i b_i \\ \nabla L(x, u) &= \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i(x) + \nabla f(x) \\ d &= -\frac{1}{\lambda} C^{-1} \nabla L(x, u) \end{aligned} \quad (7)$$

である。次節に、今回採用したアルゴリズムを書き下す。

2.2 SLM のアルゴリズム

1. $0 < \mu_0 < \mu_1 < \mu_2 < 1, \gamma > 1$ を満たす $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \gamma$ と x^1, C^1, λ_1 および $k = 1$ を設定する。
2. 探索幅 d を得るために、 $DSP(x^k, C^k, \lambda_k)$ を解く
3. ペナルティ関数の実際の変化、ペナルティ関数の一次近似式の変化を次の式に基づいて求める。

$$\Delta p_k \equiv p(x^k) - p(x^k + d^k) \quad (8)$$

$$\Delta \bar{p}_k \equiv p(x^k) - \bar{p}(x^k, d^k) \quad (9)$$

もし、 $\Delta \bar{p}_k = 0$ ならば、終了。

4. 実際の変化と 一次近似式から得られた変化の比を次の式を用いて求める。

$$q_k \equiv \Delta p_k / \Delta \bar{p}_k \quad (10)$$

5. q_k の値に従って、 x^k, λ^k を更新する。

$$\lambda \text{ について} \quad \lambda_{k+1} = \begin{cases} \gamma \cdot \lambda_k & q_k \leq \mu_1 \text{ のとき} \\ \lambda_k & \mu_1 < q_k \leq \mu_2 \text{ のとき} \\ \lambda_k / \gamma & \mu_2 < q_k \text{ のとき} \end{cases} \quad (11)$$

$$x^k \text{ について} \quad x_{k+1} = \begin{cases} x^k & q_k \leq \mu_0 \text{ のとき} \\ x^k + d & \mu_0 < q_k \text{ のとき} \end{cases} \quad (12)$$

C^{k+1} について $\mu_0 < q_k$ ならば、 C^{k+1} を修正 BFGS 等によって、更新する。

6. $k = k + 1$ とし、2 に戻る。

3 DSP の解法

SLM の過程で (6) を解く手法として、さまざまな方法が考えられるが、今回は次の 3 種類を適用した。

- 逐次過緩和法 (Successive OverRelaxation)
- Jacobi OverRelaxation
- 並列版 Jacobi OverRelaxation

ここで SOR は、各反復では特定の双対変数に関してのみ最適化を行うが、反復が進むにつれて、その変数の選択が周期的になるようにして探索を進める方法である。これに対して、JOR は、現在の探索点において、各双対変数に関して独立に最適化を行うことによって得られた探索方向を合成することにより、次の探索点を求める方法と言える。以下に各々のアルゴリズムを紹介する。

3.1 Successive OverRelaxation のアルゴリズム

1. $0 < \omega < 2$ を満たす ω と制約条件を満たす u^1 を選ぶ。

$$2. \quad \nabla L = \nabla L(x, u^1) \quad (13)$$

3. $i = 1, \dots, m$ について、順次 $u_i, \nabla L$ を更新する。

(a)

$$u_i^+ = u_i^j - \frac{\omega}{\nabla g_i(x)^T C^{-1} \nabla g_i(x)} \{g_i(x)^T C^{-1} \nabla L - \lambda \cdot g_i(x)\} \quad (14)$$

$$(b) \quad u_i^{j+1} = \begin{cases} \min\{r_i, \max(-r_i, u_i^+)\} & , 1 \leq i \leq \bar{m} \text{ のとき} \\ \min\{r_i, \max(0, u_i^+)\} & , \bar{m} + 1 \leq i \leq m \text{ のとき} \end{cases} \quad (15)$$

$$(c) \quad \nabla L = \nabla L - u_i^j \cdot g_i(x) + u_i^{j+1} \cdot g_i(x) \quad (16)$$

4. 次の式に従い、 d^j と z_i^j を計算する。

$$\begin{aligned} d^j &= -\frac{1}{\lambda} C^{-1} \nabla L \\ z_i^j &= \nabla g_i(x)^T \cdot d^j + g_i(x), \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (17)$$

$i = 1, \dots, \bar{m}$ のとき $(u_i^j = -r_i \text{ かつ } z_i^j \leq 0)$ または $(u_i^j = r_i \text{ かつ } z_i^j \geq 0)$

ならば $z_i^j = 0$

$i = \bar{m} + 1, \dots, m$ のとき $(u_i^j = 0 \text{ かつ } z_i^j \leq 0)$ または $(u_i^j = r_i \text{ かつ } z_i^j \geq 0)$

ならば $z_i^j = 0$

5. 終了判定

$z_i = 0$ ($i = 1, \dots, m$) ならば、終了

それ以外ならば、 $j = j + 1$ として 2 に戻る。

ただし、4), 5) の収束判定は毎回行なう必要はない。

3.2 Jacobi 法のアプローチ

Jacobi OverRelaxation のアプローチは以下の通りである。

1. $0 < \omega < \bar{\omega}$ を満たす ω と制約条件を満たす u^1 を選ぶ。
2. $i = 1, \dots, m$ について独立に u_i を更新する。

(a)

$$u_i^+ = u_i^j - \frac{\omega}{\nabla g_i(x)^T C^{-1} \nabla g_i(x)} \{g_i(x)^T C^{-1} \nabla L(x, u^j) - \lambda \cdot g_i(x)\} \quad (18)$$

$$(b) \quad u_i^{j+1} = \begin{cases} \min\{r_i, \max(-r_i, u_i^+)\} & , 1 \leq i \leq \bar{m} \text{ のとき} \\ \min\{r_i, \max(0, u_i^+)\} & , \bar{m} + 1 \leq i \leq m \text{ のとき} \end{cases} \quad (19)$$

3. 次の式に従い、 d^j と z_i^j を計算する。

$$\begin{aligned} d^j &= -\frac{1}{\lambda} C^{-1} \nabla L(x, u^{j+1}) \\ z_i^j &= \nabla g_i(x)^T \cdot d^j + g_i(x), i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (20)$$

$i = 1, \dots, \bar{m}$ のとき $(u_i^j = -r_i \text{ かつ } z_i^j \leq 0)$ または $(u_i^j = r_i \text{ かつ } z_i^j \geq 0)$

ならば $z_i^j = 0$

$i = \bar{m} + 1, \dots, m$ のとき $(u_i^j = 0 \text{ かつ } z_i^j \leq 0)$ または $(u_i^j = r_i \text{ かつ } z_i^j \geq 0)$

ならば $z_i^j = 0$

4. 終了判定

$z_i = 0$ ($i = 1, \dots, m$) ならば、終了

それ以外ならば、 $j = j + 1$ として、2に戻る。

ただし、3),4) の収束判定は毎回行なう必要はない。

DSP の制約条件が interval constrain で、かつ、それに対して並列化をおこなった場合、[3] によると $\bar{\omega}$ は問題に依存しそれはつぎの通りである。

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \min_{1 \leq i \leq m} \bar{\omega}_i \\ \bar{\omega}_i &= \min\left\{\frac{1}{\theta_i}, \frac{3}{2 + \theta_i}\right\} \end{aligned}$$

$$\theta_i = \frac{2}{\alpha_{ii}} \sum_{j=1, j \neq i}^m |\alpha_{ij}|$$

$$\alpha_{ij} = \nabla g_i(x)^T C^{-1} \nabla g_j(x) \quad (21)$$

$$(22)$$

このことから ω の範囲が $0 \leq \omega \leq \frac{3}{2}$ と限定される。今回は DSP の制約条件が interval constrain ではないが、 ω の値の上限値としてこの値を参照した。

3.3 並列版 Jacobi 法について

並列版 Jacobi 法に関しても 3.2 で紹介したアルゴリズムは全く同じである。ただ、Jacobi 法のアルゴリズムのうち (19),(18) の計算は i について独立して実行できるので、並列処理が可能である。また、SLM についてもペナルティ関数の計算や BFGS 公式等についても並列処理が可能であるが今回は時間がなく、実装できなかった。

4 数値計算

今回は Sun Sparc Station 4/370 と Connection Machine CM5 を用いて 10 変数 8 制約式の非線形計画問題を ω の値を変化させて表 1 の条件で計算する。

また、実際には、次のような手順に従って計算時間の計測を行なった。

1. 生成された問題のサイズに依存する部分を生成する。
2. コンパイル、実行。(ただし、実行時間計測のために time コマンドを併用。)

プログラムの構成としては、つぎのようになっている。(付録参照)

def.h 定数を定義しているヘッダファイル

auto_def.h 関数値を代入する関数部分

judge_tool.h 判定等の関数を記述したファイル

main.c メイン関数を含むファイル

このようにして付録に添付した表 2 から表 7 の結果が得られた。それぞれの表の説明は以下の通りである。

表 2 Sun Sparc Station 4/370 上での SLM-JOR の実行結果 (実行時間と SLM, JOR の各反復数)

表 3 CM5 上での SLM-JOR の実行結果 (実行時間と SLM, JOR の各反復数)

表 4 Sun Sparc Station 4/370 上での SLM-SOR の実行結果 (実行時間と SLM, SOR の各反復数)

表 5 表 2 を元に算出した SLM-JOR の平均反復時間と JOR の実行時間と SLM の実行時間の比

表 6 表 3 を元に算出した並列版 SLM-JOR の平均反復時間と JOR の実行時間と SLM の実行時間の比

表 7 表 4 を元に算出した SLM-SOR の平均反復時間と SOR の実行時間と SLM の実行時間の比

5 考察

今回の実習では、大規模非線形計画問題を解く過程で、主として副問題 SP を解く手段として並列化可能な JOR を用いて、同じ Row-action Algorithm として分類されている SOR と比較検討を行なった。ただ、[6] で述べられている加速率等は、計算機自体の能力を直接比較できなかったこと、同じソースでも、CM5 用にコンパイルした場合には、フロントエンドで評価した関数値や勾配の値を各プロセッサに通信する必要が生じること、また、connection machine 上でのプロセッサ割り当てに時間がかかることなどの理由から CM5 用の方が実行に時間がかかり、この規模では有効性を確かめることができなかった。ただ、指標として前述の表 2 から表 4 で得られたデータから Row-action アルゴリズムの実行時間と SLM の実行時間の比を算出した結果、表 5 から表 7 のような結果が得られた。これは、SLM 自体のアルゴリズムは共通であるので、相対的な Row-action アルゴリズムの性能を比較する目安として算出した。その結果、並列版 JOR(0.1232079), JOR(0.084219), SOR(0.0414799) という順になった。今後の課題としては

1. 今回は問題が密であったが、問題が疎である場合について、並列化がどの程度の効力を発揮するのか、
2. 現在のプログラムは Front end で計算させる部分がまだまだ多く、Front end と Connection Machine 間でのデータ通信等に時間が多く取られているので、通信時間を減らすためにその並列化されていない部分をいかにして並列計算機で実行すれば良いか、

3. 過緩和係数と収束回数の解析

また、非線形計画問題と直接の関係はないが、つぎの要因も重要である。

4. 異機種間での計算結果をどのようにして比較すればアルゴリズムが正当に評価できるか

などが考えられる。

参考文献

- [1] Masao Fukushima, Keiichi Takazawa, Shuichi Ohsaki and Toshihide Ibaraki. "Successive Linearization Methods for Large-Scale Nonlinear Programming Problems". *Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics* Vol. 9, No.1 (1992), pp.117-132
- [2] Stavos A. Zenios and Yair Censor. "Massively Parallel Row-Action Algorithms for Some Nonlinear Transportation Problems." *SIAM J. Opt.*, Vol. 1(1991), pp.643-669
- [3] Takanobu Sugimoto, Masao Fukushima and Toshihide Ibaraki. "Parallele Relaxation Method for Quadratic Programming Problems with Interval Constraints" *Technical Report 93004, Dept. of Appl. Math. & Phys., Kyoto Univ., 1993*
- [4] 山川 栄樹. 大規模非線形計画問題に対する逐次線形化法の適用. 第28回SSOR予稿集. 1993, pp47-52
- [5] Yoshihazu Shimazu, Masao Fukushima and Toshihide Ibaraki. "A Successive Over-Relaxation Method for Quadratic Programming Problems with Interval Constraints" *J. Oper. Res. Soc. Japan*, Vol. 36 (1993)
- [6] 福嶋 雅夫. 数理計画問題に対する並列アルゴリズム. 第5回RAMPシンポジウム論文集. 1993
- [7] 茨木 俊秀・福嶋 雅夫. *FORTRAN 77最適化プログラミング*. 岩波コンピュータサイエンス. 1991

6 付録

表 1: 初期値の設定

μ_0	0.1
μ_1	0.25
μ_2	0.75
γ	2.0
λ	2.0

表 2: Sun Sparc Station 4/370 上での SLM-JOR の実行結果

ω の値	system time	user time	実行時間	JOR の 反復回数	SLM の 反復回数
0.003	3.74	426.09	429.83	380480	30
0.05	0.27	26.17	26.44	22760	30
0.10	0.18	13.09	13.27	11343	30
0.20	0.15	6.52	6.67	5638	30
0.30	0.16	4.21	4.37	3732	30
0.40	0.13	3.20	3.33	2780	30
0.50	0.10	2.54	2.64	2213	30
0.60	0.11	2.11	2.22	1830	30
0.70	0.10	1.85	1.95	1568	30

表 3: CM5 上での並列版 SLM-JOR の実行結果

ω の値	実行時間	JOR の 反復回数	SLM の 反復回数
0.20	34.601698	5638	30
0.30	23.367738	3732	30
0.40	17.94678	2780	30
0.50	14.365386	2213	30
0.60	11.991102	1830	30
0.68	10.920948	1602	30
0.70	10.520028	1568	30
0.73	9.988242	1483	30
0.74	10.001523	1473	30
0.75	13.668573	1511	30

表 4: Sun Sparc Station 4/370 上での SLM-SOR の 実行結果

ω の値	system time	user time	実行時間	SOR の反復回数	SLM の 反復回数
0.005	1.73	326.77	328.5	284445	23
0.03	5.39	549.73	555.12	474593	23
0.05	0.10	31.64	31.74	27738	23
0.10	0.21	15.45	15.66	13476	23
0.20	1.66	8.91	10.57	6349	23
0.30	0.16	4.58	4.74	3679	23
0.40	0.15	3.34	3.49	2799	23
0.50	0.08	2.48	2.56	2098	23
0.60	0.15	1.89	2.04	1630	23
0.70	0.10	1.55	1.65	1297	23
0.80	0.08	1.25	1.33	1034	23
0.90	0.09	1.05	1.14	836	23
1.00	0.11	0.70	0.81	552	24
1.10	0.05	0.71	0.76	552	24
1.20	0.09	0.58	0.67	427	23
1.30	0.56	0.47	1.03	340	23
1.40	0.07	0.56	0.63	408	24
1.50	0.08	0.64	0.72	497	23
1.60	0.09	0.84	0.93	660	24
1.70	0.08	1.11	1.19	898	25
1.80	0.08	1.68	1.76	1401	24
1.90	0.08	3.41	3.49	2929	24
1.95	0.16	6.80	6.96	5936	25

表 5: SLM-JOR の 平均反復時間

SLM 1 回の 反復にかかる時間	0.0120329
JOR 1 回の 反復にかかる時間	0.0010134
JOR の実行時間 / SLM の 実行時間	0.084219

表 6: 並列版 SLM-JOR の 平均反復時間

SLM 1 回の 反復にかかる時間	0.0457265
JOR 1 回の 反復にかかる時間	0.0058939
JOR の実行時間 / SLM の 実行時間	0.1232079

表 7: SLM-SOR の 平均反復時間

SLM 1 回の 反復にかかる時間	0.0277604
SOR 1 回の 反復にかかる時間	0.0011515
SOR の実行時間 / SLM の 実行時間	0.0414799

```

/*      SLM-JOR FOR CM215      */
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<cscmm.h>
#include<cstimer.h>
#include"def.h"

shape [M+1][N]plane;
static double:plane Sc_inv,Sd,Sc,SNg,oldG_L,SG_L,U,r,denom,z,tmpz,gvalue,oldNg,mask1,mask2;
static double f_eps,tmpd,dcd,lmda,plty,Omēga,Ng[M+1][N+1],g[M+1];

#include"judge_tool.h"
#include"./problem.h"
#include"auto_def.h"

int flag(tmpz,x)
double:plane tmpz,x;
{
double:plane Sdcd,tmp;
double DCD,Aplty;
int i;
with(plane){
tmp = (tmpz < 0) ? (-tmpz) : tmpz;
tmp = spread(tmp,0,CMC_combiner_max);
if(absolute([0][0]tmp) < f_eps){
Aplty = Ap(x,Sd);
tmpd = plty - Aplty;
Sdcd = 0.0;
Sdcd = Sd*Sc*Sd;
Sdcd = spread(Sdcd,1,CMC_combiner_add);
dcd = [1][1]Sdcd;
DCD = dcd *lmda*DELTA;
if(tmpd >= DCD){
return 1;
}
else{
f_eps = f_eps*SIGMA;
return 0;
}
}
else{
return 0;
}
}
}

void JOR(x)
double:plane x;
{
double:plane tmpU,tmpU1,tmpU2,enom;
int k,j,i;
with(plane){
for(k = 1;k < 100000;k++){
enom = 0.0;
enom = SNg*SG_L*Sc_inv;
enom = spread(enom,1,CMC_combiner_add);
enom += -lmda*gvalue;
[0][0]enom = 0.0;
enom = copy_spread(&enom,1,0);
tmpU = 0.0;
tmpU = U - Omēga*enom*denom;
tmpU1 = 0.0;

```

```

    tmpU1 = (tmpU > -r) ? tmpU : (-r);
    tmpU1 = (tmpU1 < r) ? tmpU1 : r;
    tmpU2 = 0.0;
    tmpU2 = (tmpU > 0.0) ? tmpU : 0.0;
    tmpU2 = (tmpU2 < r) ? tmpU2 : r;
    U = 0.0;
    U = mask1*tmpU1 + mask2*tmpU2;
    [0][0]U = 1.0;
    U = copy_spread(&U,1,0);
    SG_L = 0.0;
    SG_L = U*SNg;
    SG_L = spread(SG_L,0,CMC_combiner_add);
    Sd = 0.0;
    Sd = -SG_L*Sc_inv /lmda;
    Sd = copy_spread(&Sd,0,1);
    z = 0.0;
    z = SNg*Sd;
    z = spread(z,1,CMC_combiner_add);
    z += gvalue;
    [0][0]z = 0.0;
    z = copy_spread(&z,1,0);
    tmpz = judge(U,z,r);
    if(flag(tmpz,x) == 1){
        break;
    }
}
}
printf("JOR Iteration : %d \n",k);
}

```

```

int SLM_judge(x)
double:plane x;
{

```

```

    if(tmpp <= EPS1*(absolute(p(x)) + 1.0)){
        return 1;
    }
    else{
        return 0;
    }
}

```

```

void BFGS()
{

```

```

    double:plane y,Sdy,y_t;
    double theta,dy;
    int i;
    with(plane){
        y = 0.0;
        y = SG_L - oldG_L;
        Sdy = 0.0;
        Sdy = Sd*y;
        Sdy = spread(Sdy,1,CMC_combiner_add);
        dy = [0][0]Sdy;
    }
    if(dy >= 0.2*dcd){
        theta = 1.0;
    }
    else{
        theta = 0.8*dcd/(dcd - dy);
    }
    with(plane){
        y_t = theta*y + (1.0 - theta)*Sc*Sd;
        Sdy = 0.0;
    }
}

```

```

    Sdy = Sd*y_t;
    Sdy = spread(Sdy,1,CMC_combiner_add);
    dy = [0][0]Sdy;
    Sc = Sc + y_t*y_t/dy - Sc*Sc*Sd*Sd/dcd;
    Sc = (Sc > 0.001) ? Sc : 0.001;
    Sc = (Sc < 100.0) ? Sc : 100.0;

    for(i = 0;i < N;i++){
        [0][i]Sc_inv = 1.0/[0][i]Sc;
    }
    Sc_inv = copy_spread(&Sc_inv,0,0);
}

int UpdateR(r)
double:plane r;
{
    int tmp,i;
    tmp = 0;
    with(plane){
        r = (-r < U && U < r) ? r : 2.0*r;
        where(-r < U && U < r){
            tmp ++;
        }
        for(i = 0;i < N;i++){
            [0][i]r = 1.0;
        }
        if(tmp == M*N){
            return 1;
        }
        else{
            return 0;
        }
    }
}

void show_value(x,i)
double:plane x;
int i;
{
    int j,il;
    printf("\n\nf(x) = %15.13f\n",f(x));
    for(j = 0 ; j < N/2; j++){
        printf("\nx%d = %15.13f,x%d = %15.13f\n",2*j,[0][2*j]x,2*j+1,[0][2*j+1]x);
    }
    for(j = 0 ; j < M/2; j++){
        printf("g%d(x) = %15.13f,g%d(x) = %15.13f\n",2*j,g[2*j],2*j+1,g[2*j+1]);
    }
    for(j = 0 ; j <= M; j++){
        for(il = 1 ; il < N/2; il++){
            printf("dg%d(x) /d x%d = %12.10f,dg%d(x) /d x%d = %12.10f\n",j,2*i1-1,[j][2*i1-1]SNg,j,2*i1,[j][2*i1]SNg);
        }
    }

    printf("g1(x) = %15.13f,g2(x) = %15.13f\n",g1(x),g2(x));
    printf("dg1(x) /d x1 = %12.10f,dg1(x) /d x2 = %12.10f\n",Ng[1][1],Ng[1][2]);
    printf("dg2(x) /d x1 = %12.10f,dg2(x) /d x2 = %12.10f\n",Ng[2][1],Ng[2][2]);
    printf("u1 = %15.13f,u2 = %15.13f\n",[1][0]U,[2][0]U);
    printf("*****\n");
    printf("**          SLM Iteration : %d          *\n",i);
    printf("*****\n");
    printf("\n\n");
}

```



```

void start()
{
    printf("*****\n");
    printf("*          SLM-JOR  START          *\n");
    printf("*****\n");
}

int main(){
    int l,j,slmflag,i,count;
    double:plane  x,newx,tmp,tmp_denom;
    double q;
    lmda = 1.0;
    slmflag = 0;
    f_eps = EPS;
    printf("omega = ");
    scanf("%lf",&Omega);
    printf("\nomega = %f",Omega);
    with(plane){
        CMC_timer_clear(0);
        CMC_timer_start(0);
        Sc = 1.0;
        mask1 = 0.0;
        for(j = 0;j < EM;j++){
            [j][0]mask1 = 1.0;
        }
        mask1 = copy_spread(&mask1,1,0);
        mask2 = Sc - mask1;

        for(i = 0;i < N;i++){
            [0][i]Sc_inv = 1.0/[0][i]Sc;
        }
        Sc_inv = copy_spread(&Sc_inv,0,0);

        [0][0]x = 2.0;
        [0][1]x = 3.0;
        [0][2]x = 5.0;
        [0][3]x = 5.0;
        [0][4]x = 1.0;
        [0][5]x = 2.0;
        [0][6]x = 7.0;
        [0][7]x = 3.0;
        [0][8]x = 6.0;
        [0][9]x = 10.0;
        x = copy_spread(&x,0,0);
        r = 20.0;
        U = 0.0;
        [0][0]r = 1.0;
        [0][0]U = 1.0;
        r = copy_spread(&r,1,0);
        U = copy_spread(&U,1,0);

        Cal_N_L(x);
        for(j = 0;j < N;j++){
            [0][j]SG_L = Ng[0][j+1];
        }
        SG_L = copy_spread(&SG_L,0,0);

        start();
        for(l = 1;l <= 500;l++){

            tmp_denom = 0.0;
            tmp_denom = SNg*SNg*Sc_inv;

```

```

tmp_denom = spread(tmp_denom,1,CMC_combiner_add);

denom = 0.0;
for(j = 1; j <= M ; j++){
    [j][0]denom = 1.0/[j][0]tmp_denom;
}
denom = copy_spread(&denom,1,0);

JOR(x);
if(UpdateR(r) == 1){
    plty = p(x);
}
else{
    if(SLM_judge(x) == 1.0){
        slmflag++;
    }

    else{
        slmflag = 0;
    }

    if(slmflag == 2){
        slmflag = 0;
        break;
    }
    q = delta_p(x,Sd)/tmpp;
    if(q < MYU0 ){
        lmda = GAMMA*lmda;
    }
    else{
        x = x + Sd;
        Cal_N_L(x);
        BFGS();
        if(q <= MYU1){
            lmda = GAMMA*lmda;
        }
        if(q > MYU2){
            lmda = lmda/GAMMA;
        }
        else{
            lmda = lmda;
        }
    }
}
show_value(x,l);
}
show_value(x,l);
}
CMC_timer_stop(0);
printf("busy time:%f,elapsed time:%f\n",CM_timer_read_cm_busy(0),CM_timer_read_elapsed(0));
return 0;
}

```

```

/* main.c FOR SLM-JOR */
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include"def.h"
#include"judge_tool.h"

static double lmda,tmppp,f_eps,dcd,plty,Aplty;
static double d[N+1],u[M+1],c[N+1],r[M+1],G_L[N+1],g[M+1],Ng[M+1][N+1];
double tmpu[M+1],z[M+1],oldG_L[N+1],tmpg[M+1],oldNg[M+1][N+1];
static double denom[M+1];

#include"problem1.h"
#include"auto_def.h"

int flag(tmpz,x)
double tmpz[],x[];
{
    double tmp,DCD;
    int i;
    tmp = absolute(tmpz[1]);
    for(i=2;i<=M;i++){
        if(tmp <= absolute(tmpz[i])){
            tmp = absolute(tmpz[i]);
        }
    }

    if(tmp < f_eps){
        Aplty = Ap(x,d);

        tmppp = plty - Aplty;
        dcd = 0.0;
        for(i = 1; i <= N;i++){
            dcd = dcd + d[i]*c[i]*d[i];
        }
        DCD = dcd*lmda*DELTA;
        if(tmppp >= DCD){
            return 1;
        }
        else{
            f_eps = f_eps*SIGMA;
            return 0;
        }
    }
    else{
        return 0;
    }
}

void JOR(x)
double x[];
{
    double temp,enom;
    double tmpz[M+1];

    int i1,i2,i3,i4,i5,i6,i7,j1,j2,j3,j4,j5,j6,fflag,k;

    for(k=1;k<=100000;k++){
        for(i4 = 1;i4 <= M;i4++){
            enom = -lmda*g[i4];
            for(j2 = 1;j2 <= N;j2++){
                enom += Ng[i4][j2]*G_L[j2]/c[j2];
            }
        }
    }
}

```

```

    tmpu[i4] = u[i4] - Omega*enom /denom[i4];
    if(i4 <= EM){
        tmpu[i4] = lt_y(r[i4],gt_y(-r[i4],tmpu[i4]));
    }
    else{
        tmpu[i4] = lt_y(r[i4],gt_y(0.0,tmpu[i4]));
    }
    u[i4] = tmpu[i4];
}
for(j3 = 1;j3 <= N;j3++){
    G_L[j3] = Ng[0][j3];
    for(i7 = 1;i7 <= M;i7++){
        G_L[j3] += u[i7]*Ng[i7][j3];
    }
}
for(j4 = 1;j4 <= N;j4++){
    d[j4] = - G_L[j4]/(c[j4]*Imda);
}

for(i5 = 1;i5 <= M;i5++){
    z[i5] = g[i5];
    for(j5 = 1;j5 <= N;j5++){
        z[i5] += Ng[i5][j5]*d[j5];
    }
    tmpz[i5] = judge(u[i5],z[i5],r[i5],i5);
}
if(flag(tmpz,x) == 1){
    break;
}
}
printf("JOR Iteration : %d \n",k);
}

```

```

int SLM_judge(x)
double x[];
{
    if(tmpp <= EPS1*(absolute(p(x)) + 1.0)){
        return 1;
    }
    else{
        return 0;
    }
}

```

```

void BFGS()
{
    double y[N+1],theta,dy,y_t[N+1];
    int i,i1,i2,i3;

    for(i = 1;i <= N;i++){
        y[i] = 0.0;
        y[i] = G_L[i] - oldG_L[i];
    }
    dy = 0.0;
    for(i1 = 1;i1 <= N;i1++){
        dy += d[i1]*y[i1];
    }
    if(dy >= 0.2*dcd){
        theta = 1.0;
    }
    else{
        theta = 0.8*dcd/(dcd - dy);
    }
    for(i2 = 1;i2 <= N;i2++){

```

```

        y_t[i2] = theta*y[i2] + (1.0 - theta)*c[i2]*d[i2];
    }
    dy = 0.0;
    for(i3 = 1;i3 <= N;i3++){
        dy += d[i3]*y_t[i3];
    }
    for(i3 = 1;i3 <= N;i3++){
        c[i3] = c[i3] + sq(y_t[i3])/dy - sq(c[i3])*sq(d[i3])/dcd;
        c[i3] = gt_y(0.001,lt_y(100.0,c[i3]));
    }
}

int UpdateR(r)
double r[];
{
    int tmp,j;
    tmp = 1;
    for(j = 1;j <= M;j++){
        if(absolute(u[j]) < r[j]){
            tmp ++;
        }
        else{
            r[j] = BETA*r[j];
        }
    }
    if(tmp == M){
        return 1;
    }
    else{
        return 0;
    }
}

void Show_value(x,i)
double x[];
int i;
{
    int k;
    printf("F(x) = %15.13f\n",f(x));
    for(k = 1;k <= N; k++){
        printf("\nx[%d] = %15.13f\n",k,x[k]);
    }
    for(k = 1;k <= N; k++){
        printf("g[%d](x) = %15.13f\n",k,g[k]);
    }
    for(k = 1;k <= N; k++){
        printf("dg[%d](x) /d x1 = %12.10f,dg[%d](x) /d x2 = %12.10f\n",k,Ng[k][1],k,Ng[k][2]);
        printf("dg[%d](x) /d x3 = %12.10f,dg[%d](x) /d x4 = %12.10f\n",k,Ng[k][3],k,Ng[k][4]);
        printf("dg[%d](x) /d x5 = %12.10f,dg[%d](x) /d x6 = %12.10f\n",k,Ng[k][5],k,Ng[k][6]);
        printf("dg[%d](x) /d x7 = %12.10f,dg[%d](x) /d x8 = %12.10f\n",k,Ng[k][7],k,Ng[k][8]);
    }
    printf("u1 = %15.13f,u2 = %15.13f\n",u[1],u[2]);
    printf("u3 = %15.13f,u4 = %15.13f\n",u[3],u[4]);
    printf("u5 = %15.13f,u6 = %15.13f\n",u[5],u[6]);
    printf("u7 = %15.13f,u8 = %15.13f\n",u[7],u[8]);
    printf("*****\n");
    printf("*          SLM Iteration : %d          *\n",i);
    printf("*****\n");
    printf("\n\n");
}

void start()
{

```

```

printf("*****\n");
printf("          SLM-JOR  START          *\n");
printf("*****\n");
}

int main(){
  int i,i1,i2,i3,i4,i5,i6,j1,l,slmflag;
  double x[N+1],q,newx[N+1],tmp[N+1];

  for(i6 = 1 ;i6 <= N;i6++){
    c[i6] = 1.0;
  }
  x[1] = 2.0;
  x[2] = 3.0;
  x[3] = 5.0;
  x[4] = 5.0;
  x[5] = 1.0;
  x[6] = 2.0;
  x[7] = 7.0;
  x[8] = 3.0;
  x[9] = 6.0;
  x[10] = 10.0;

  lmda = 1.0;
  slmflag = 0;
  f_eps = EPS;
  for(i5 = 1;i5 <= M;i5++){
    r[i5] = R1;
    u[i5] = 0.0;
  }
  Cal_N_L(x);

  for(j1 = 1;j1 <= N;j1++){
    G_L[j1] = Ng[0][j1];
  }

  start();
  for(l=1;l <= 500;l++){
    /* ^[$@J,J1$N^{(J ^[$@7W;;^{(J * /
    for(i2 = 1;i2 <= M;i2++){
      denom[i2] = 0.0;
      for(j1 = 1;j1 <= N;j1++){
        denom[i2] = denom[i2] + sq(Ng[i2][j1])/c[j1];
      }
    }

    JOR(x);

    if(UpdateR(r) == 1){
      plty = p(x);
    }
    else{
      if(SLM_judge(x) == 1){
        slmflag++;
      }
      else{
        slmflag = 0;
      }
      if(slmflag == 2){
        slmflag = 0;
        break;
      }
    }
  }
}

```

```
q = delta_p(x,d)/tmpp;

if(q < MYU0){
    lmda = GAMMA*lmda;
}
else{
    for(i2 = 1;i2 <= N;i2++){
        x[i2] = x[i2] + d[i2];
    }
    Cal_N_L(x);
    BFGS();
    if(q < MYU1){
        lmda = GAMMA*lmda;
    }
    else if(q > MYU2){
        lmda = lmda/GAMMA;
    }
    else {
        lmda = lmda;
    }
}
}
Show_value(x,l);
}
Show_value(x,l);
return 0;
}
```

```
#define MYU0 0.1
#define MYU1 0.25
#define MYU2 0.75
#define GAMMA 2.0
#define EPS 0.00001
#define sq(x) ((x)*(x))
#define tr(x) ((x)*(x)*(x))
#define R1 20.0
#define R2 20.0
#define Omega 0.9
#define DELTA 0.1
#define SIGMA 0.85
#define EPS1 0.00001
#define BETA 2.0
/* #define EM 2 */
#define EM 0
#define M 8
#define N 10
```



```

void Cal_N_L(x)
double x[];
{
    int i,j,l,i1;
    for(j = 1;j <= N;j++){
        for(i = 1;i <= M;i++){
            oldNg[i][j] = Ng[i][j];
        }
        oldG_L[j] = G_L[j];
    }
    Ng[0][1] = dif_f_x1(x);
    Ng[0][2] = dif_f_x2(x);
    Ng[0][3] = dif_f_x3(x);
    Ng[0][4] = dif_f_x4(x);
    Ng[0][5] = dif_f_x5(x);
    Ng[0][6] = dif_f_x6(x);
    Ng[0][7] = dif_f_x7(x);
    Ng[0][8] = dif_f_x8(x);
    Ng[0][9] = dif_f_x9(x);
    Ng[0][10] = dif_f_x10(x);
    Ng[1][1] = dif_g1_x1(x);
    Ng[1][2] = dif_g1_x2(x);
    Ng[1][3] = dif_g1_x3(x);
    Ng[1][4] = dif_g1_x4(x);
    Ng[1][5] = dif_g1_x5(x);
    Ng[1][6] = dif_g1_x6(x);
    Ng[1][7] = dif_g1_x7(x);
    Ng[1][8] = dif_g1_x8(x);
    Ng[1][9] = dif_g1_x9(x);
    Ng[1][10] = dif_g1_x10(x);
    Ng[2][1] = dif_g2_x1(x);
    Ng[2][2] = dif_g2_x2(x);
    Ng[2][3] = dif_g2_x3(x);
    Ng[2][4] = dif_g2_x4(x);
    Ng[2][5] = dif_g2_x5(x);
    Ng[2][6] = dif_g2_x6(x);
    Ng[2][7] = dif_g2_x7(x);
    Ng[2][8] = dif_g2_x8(x);
    Ng[2][9] = dif_g2_x9(x);
    Ng[2][10] = dif_g2_x10(x);
    Ng[3][1] = dif_g3_x1(x);
    Ng[3][2] = dif_g3_x2(x);
    Ng[3][3] = dif_g3_x3(x);
    Ng[3][4] = dif_g3_x4(x);
    Ng[3][5] = dif_g3_x5(x);
    Ng[3][6] = dif_g3_x6(x);
    Ng[3][7] = dif_g3_x7(x);
    Ng[3][8] = dif_g3_x8(x);
    Ng[3][9] = dif_g3_x9(x);
    Ng[3][10] = dif_g3_x10(x);
    Ng[4][1] = dif_g4_x1(x);
    Ng[4][2] = dif_g4_x2(x);
    Ng[4][3] = dif_g4_x3(x);
    Ng[4][4] = dif_g4_x4(x);
    Ng[4][5] = dif_g4_x5(x);
    Ng[4][6] = dif_g4_x6(x);
    Ng[4][7] = dif_g4_x7(x);
    Ng[4][8] = dif_g4_x8(x);
    Ng[4][9] = dif_g4_x9(x);
    Ng[4][10] = dif_g4_x10(x);
    Ng[5][1] = dif_g5_x1(x);
    Ng[5][2] = dif_g5_x2(x);
    Ng[5][3] = dif_g5_x3(x);
    Ng[5][4] = dif_g5_x4(x);

```

```
Ng[5][5] = dif_g5_x5(x);
Ng[5][6] = dif_g5_x6(x);
Ng[5][7] = dif_g5_x7(x);
Ng[5][8] = dif_g5_x8(x);
Ng[5][9] = dif_g5_x9(x);
Ng[5][10] = dif_g5_x10(x);
Ng[6][1] = dif_g6_x1(x);
Ng[6][2] = dif_g6_x2(x);
Ng[6][3] = dif_g6_x3(x);
Ng[6][4] = dif_g6_x4(x);
Ng[6][5] = dif_g6_x5(x);
Ng[6][6] = dif_g6_x6(x);
Ng[6][7] = dif_g6_x7(x);
Ng[6][8] = dif_g6_x8(x);
Ng[6][9] = dif_g6_x9(x);
Ng[6][10] = dif_g6_x10(x);
Ng[7][1] = dif_g7_x1(x);
Ng[7][2] = dif_g7_x2(x);
Ng[7][3] = dif_g7_x3(x);
Ng[7][4] = dif_g7_x4(x);
Ng[7][5] = dif_g7_x5(x);
Ng[7][6] = dif_g7_x6(x);
Ng[7][7] = dif_g7_x7(x);
Ng[7][8] = dif_g7_x8(x);
Ng[7][9] = dif_g7_x9(x);
Ng[7][10] = dif_g7_x10(x);
Ng[8][1] = dif_g8_x1(x);
Ng[8][2] = dif_g8_x2(x);
Ng[8][3] = dif_g8_x3(x);
Ng[8][4] = dif_g8_x4(x);
Ng[8][5] = dif_g8_x5(x);
Ng[8][6] = dif_g8_x6(x);
Ng[8][7] = dif_g8_x7(x);
Ng[8][8] = dif_g8_x8(x);
Ng[8][9] = dif_g8_x9(x);
Ng[8][10] = dif_g8_x10(x);
g[1] = g1(x);
g[2] = g2(x);
g[3] = g3(x);
g[4] = g4(x);
g[5] = g5(x);
g[6] = g6(x);
g[7] = g7(x);
g[8] = g8(x);
```

```
for(j1 = 1;j1 <= N;j1++){
  G_L[j1] = Ng[0][j1];
  for(i1 = 1;i1 <= M;i1++){
    G_L[j1] += u[i1]*Ng[i1][j1];
  }
}
```

```
plty = p(x);
```

```
}
```

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include"def.h"
#include"judge_tool.h"
```

```
static double lmda,tmp,f_eps,dcd,plty,Aplty;
static double d[N+1],u[M+1],c[N+1],r[M+1],G_L[N+1],g[M+1],Ng[M+1][N+1];
double tmpu[M+1],z[M+1],oldG_L[N+1],tmpg[M+1],oldNg[M+1][N+1];
```

```
#include"problem.h"
#include"auto_def.h"
```

```
int flag(tmpz,x)
double tmpz[],x[];
{
    double tmp,DCD;
    int i;
    tmp = absolute(tmpz[1]);
    for(i=2;i<=M;i++){
        if(tmp <= absolute(tmpz[i])){
            tmp = absolute(tmpz[i]);
        }
    }

    if(tmp < f_eps){
        Aplty = Ap(x,d);
        tmp = plty - Aplty;

        dcd = 0.0;
        for(i = 1; i <= N;i++){
            dcd = dcd + d[i]*c[i]*d[i];
        }
        DCD = dcd*lmda*DELTA;

        if(tmp >= DCD){
            return 1;
        }
        else{
            f_eps = f_eps*SIGMA;
            return 0;
        }
    }
    else{
        return 0;
    }
}
```

```
void SOR(x)
double x[];
{
    double temp,enom;
    double tmpz[M+1];

    static double denom[M+1];
    int i1,i2,i3,i4,i5,i6,j1,j2,j3,j4,j5,j6,fflag,k;

    for(i2 = 1;i2 <= M;i2++){
        denom[i2] = 0.0;
        for(j1 = 1;j1 <= N;j1++){
            denom[i2] = denom[i2] + sq(Ng[i2][j1])/c[j1];
```

```

    }
}

for(k=1;k<=1000;k++){

    for(i4 = 1;i4 <= M;i4++){
        enom = -lmda*g[i4];
        for(j2 = 1;j2 <= N;j2++){
            enom = enom + Ng[i4][j2]*G_L[j2]/c[j2];
        }
        tmpu[i4] = u[i4] - Omega*enom/denom[i4];

        if(i4 <= EM){
            tmpu[i4] = lt_y(r[i4],gt_y(-r[i4],tmpu[i4]));
        }
        else{
            tmpu[i4] = lt_y(r[i4],gt_y(0.0,tmpu[i4]));
        }

        for(j3 = 1;j3 <= N;j3++){
            G_L[j3] += (tmpu[i4] - u[i4])*Ng[i4][j3];
        }
        u[i4] = tmpu[i4];
    }

    for(j4 = 1;j4 <= N;j4++){
        d[j4] = - G_L[j4]/(c[j4]*lmda);
    }

    for(i5 = 1;i5 <= M;i5++){
        z[i5] = g[i5];
        for(j5 = 1;j5 <= N;j5++){
            z[i5] = z[i5] + Ng[i5][j5]*d[j5];
        }

        tmpz[i5] = judge(u[i5],z[i5],r[i5],i5);
    }
    if(flag(tmpz,x) == 1){
        break;
    }
}
printf("SOR Iteration : %d \n",k);
}

```

```

int SLM_judge(x)
double x[];
{
    if(tmpz <= EPS1*(absolute(p(x)) + 1.0)){
        return 1;
    }
    else{
        return 0;
    }
}

```

```

/*
void BFGS(void)
*/
void BFGS()
{
    double y[N+1],theta,dy,y_t[N+1];
    int i,i1,i2,i3;
}

```

```

for(i = 1;i <= N;i++){
    y[i] = 0.0;
    y[i] = G_L[i] - oldG_L[i];
}
dy = 0.0;
for(i1 = 1;i1 <= N;i1++){
    dy += d[i1]*y[i1];
}
if(dy >= 0.2*dcd){
    theta = 1.0;
}
else{
    theta = 0.8*dcd/(dcd - dy);
}

for(i2 = 1;i2 <= N;i2++){
    y_t[i2] = theta*y[i2] + (1.0 - theta)*c[i2]*d[i2];
}
dy = 0.0;
for(i3 = 1;i3 <= N;i3++){
    dy += d[i3]*y_t[i3];
}
for(i3 = 1;i3 <= N;i3++){
    c[i3] = c[i3] + sq(y_t[i3])/dy - sq(c[i3])*sq(d[i3])/dcd;
    c[i3] = gt_y(0.001,lt_y(100.0,c[i3]));
}
}

```

```

/*
int UpdateR(double r[])
*/

```

```

int UpdateR(r)
double r[];
{
    int tmp,j;
    tmp = 1;
    for(j = 1;j <= M;j++){
        if(absolut(u[j]) < r[j]){
            tmp ++;
        }
        else{
            r[j] = BETA*r[j];
        }
    }
    if(tmp == M){
        return 1;
    }
    else{
        return 0;
    }
}

```

```

void Show_value(x,i)
double x[];
int i;
{
    printf("\n\nf(x) = %15.13f\n",f(x));
}

```

```

printf("*****\n");
printf("*           SLM Iteration : %d           *\n",i);
printf("*****\n");
printf("\n\n");
}

void start()
{
printf("*****\n");
printf("*           SLM-SOR START           *\n");
printf("*****\n");
}

int main(){
int i,i1,i2,i3,i4,i5,i6,j1,l,slmflag;
double x[N+1],q,newx[N+1],tmp[N+1];

for(i6 = 1 ;i6 <= N;i6++){
    c[i6] = 1.0;
    x[i6] = 2.0;
}

lmda = 1.0;
slmflag = 0;
f_eps = EPS;
for(i5 = 1;i5 <= M;i5++){
    r[i5] = R1;
    u[i5] = 0.0;
}
Cal_N_L(x);

for(j1 = 1;j1 <= N;j1++){
    G_L[j1] = Ng[0][j1];
}

start();
for(l=1;l <= 500;l++){
    SOR(x);

    if(UpdateR(r) == 1){
        plty = p(x);
    }
    else{

        if(SLM_judge(x) == 1){
            slmflag++;
        }
        else{
            slmflag = 0;
        }
        if(slmflag == 2){
            break;
        }

        q = delta_p(x,d)/tmpp;

        if(q < MYU0){
            lmda = GAMMA*lmda;
        }
        else{
            for(i2 = 1;i2 <= N;i2++){

```

```
        x[i2] = x[i2] + d[i2];
    }
    Cal_N_L(x);
    BFGS();
    if(q < MYU1){
        lmda = GAMMA*lmda;
    }
    else if(q > MYU2){
        lmda = lmda/GAMMA;
    }
    else {
        lmda = lmda;
    }
}
}
}
Show_value(x,l);
return 0;
}
```