

[非公開]

TR-C-0021

直線型 3 次元 Hough 変換による
平面の抽出

西野 治彦
HARUHIKO NISHINO

秋山 健二
KENJI AKIYAMA

小林 幸雄
YUKIO KOBAYASHI

1988. 11. 22.

A T R 通信システム研究所

1. まえがき

画像処理やコンピュータビジョンにおいて、2次元平面上に分布した点の集合から直線や円等の特徴を抽出するのにHough変換の手法がよく用いられている。直線を抽出する通常のHough変換や、円や楕円等の任意の特徴を抽出する一般化Hough変換 (generalized Hough transform) においても、その特徴を精度よく抽出するには、膨大な計算時間と計算メモリが必要である。最近では、このような計算量をいかにして低減し、Hough変換を実用的なものにするかが研究対象となっている^{[1][2]}。

一方、Hough変換を3次元に拡張すると、3次元空間上に分布した点の集合から平面を抽出する手段となる^[3]。同様に、一般化Hough変換では、球や円錐等の任意形状の特徴を抽出する手段になる。2次元のHough変換に対して、このような次元数を拡張したHough変換は、多次元化Hough変換 (extended Hough transform) と呼ばれている^[1]。3次元Hough変換は、2次元の場合に比較して、さらに多量の計算量が必要であり、現在のところ、実用的な方法であるとは言い難い。最近では、各種の3次元計測の技術が開発され、3次元空間上の物体表面の座標データを計測して距離画像等が得られるようになっており^[4]、こうしたデータから、少ない計算量で3次元空間上の平面や任意形状の特徴を抽出することは、興味深い研究テーマになってきている。

筆者らは、光切断法を用いた3次元立体形状入力について検討を行っている。光切断法では、スリット状の光を物体に投影し、スリット光の平面で物体を切断したとして、その切断面の輪郭線形状を三角測量の原理で計測する。筆者らの立体形状入力システムでは、入力対象物体を回転テーブルの上に置き、スリット光を回転テーブルの回転軸方向に投影する。したがって、物体表面上の計測データは、常に回転軸を含む平面上に存在するという性質がある。

光切断法で計測した輪郭線形状を折れ線で近似すれば、物体表面上の直線データを検出することが可能である。そこで、収集した物体表面上の直線データをもとに3次元Hough変換の手法を使って物体表面の平面を抽出することを検討した。

本レポートでは、次の検討結果について述べる。

- (1) 直線を3次元Hough変換すると、3次元Hough空間上に曲線が生成されることに着目し、直線集合の各直線を3次元Hough変換し、3次元Hough空間上での曲線間の交点から平面を抽出するアルゴリズムを提案する。

- (2) 筆者らの立体形状入力システムで得られる直線データの規則性（直線データは、回転ステージの回転軸を含む平面上に存在する）を利用して、2次元のHough空間上での曲線間の交点から平面を抽出するアルゴリズムを提案する。
- (3) 正12面体の立体形状について、計算で求めた理想的な直線データの集合、及び、実際に計測した直線データの集合から、本アルゴリズムによって平面抽出を試みた結果を述べる。

2. 3次元Hough変換による平面抽出

3次元空間 (x, y, z) 上の平面は、図1に示すように、原点から平面へ下ろした垂線と平面の交点を極座標表現で (θ, ϕ, ρ) とした場合、(1)式で表される。

$$\cos \theta \cdot \sin \phi \cdot x + \sin \theta \cdot \sin \phi \cdot y + \cos \phi \cdot z = \rho \quad (1)$$

ここで、3次元空間 (x, y, z) と3次元Hough空間（パラメータ空間） (θ, ϕ, ρ) の対応を(1)式上で考えてみる。3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上の1点を指定すれば、3次元空間 (x, y, z) 上の1平面が対応することは明らかである。また、図2に示すように、3次元空間 (x, y, z) 上の1点を指定すれば、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上では、(2)式の曲面が対応する。この曲面は、 (x, y, z) 空間上の指定した1点を必ず含むような平面の集合であると考えられる。したがって、 (x, y, z) 空間上の複数の点が、もし、同一平面上に存在すれば、それらの各点に対応する (θ, ϕ, ρ) 空間上の曲面は、1点で交わることになる。また、この (θ, ϕ, ρ) 空間上の交点 $(\hat{\theta}, \hat{\phi}, \hat{\rho})$ から、もとの平面の方程式を求めることができることは明らかである。

以上のことから、3次元空間 (x, y, z) 上に点 $p_i (x_i, y_i, z_i)$ の集合 P があり、かつ、集合 P の部分集合 P' の点が同一平面上に存在する場合、次のように3次元Hough変換の手法を使って、その平面の方程式を得ることができる。

[1] 集合 P の各点 $p_i (x_i, y_i, z_i)$ を(2)式の3次元Hough変換の変換式で3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上の曲面に変換する。

$$x_i \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + y_i \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + z_i \cdot \cos \phi = \rho \quad (2)$$

[2] (θ, ϕ, ρ) 空間上で、多数の曲面が交わっている交点 $(\hat{\theta}, \hat{\phi}, \hat{\rho})$ を

検出し、(3)式を使って平面の方程式を算出する。

$$\cos \hat{\theta} \cdot \sin \hat{\phi} \cdot x + \sin \hat{\theta} \cdot \sin \hat{\phi} \cdot y + \cos \hat{\phi} \cdot z = \hat{\rho} \quad (3)$$

ここで、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上で曲面が交わる交点(ピーク点)を探索する範囲は、(1)式の平面方程式の表現方法と三角関数の周期性より、(4)式の範囲で十分である。

$$\begin{aligned} 0 &\leq \theta < 2\pi \\ 0 &\leq \phi \leq (1/2)\pi \\ -\infty &< \rho < \infty \end{aligned} \quad (4)$$

本手法は、 (x, y, z) 空間上の1点1点について、 (θ, ϕ, ρ) 空間上での対応する曲面を求め、そのあと、曲面間の交点(ピーク点)を検出する必要がある。これをデジタル的に実現するには、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) を細かい画素(voxel)の集合に分割して、曲面をその上に展開する。そして、各画素ごとに、何個の曲面がその画素を通ったかを数え上げる必要がある。したがって、3次元Hough空間の分割幅が、そのまま平面の検出分解能に対応し、精度よく平面を抽出するには、分割幅を小さくする必要があり、多大な計算時間とメモリーを要する欠点がある。また、Hough変換について一般的に言えることであるが、本方法では平面の方程式を求めるだけであり、その平面上のどの範囲に点が集中して分布しているかはわからない。

3. 直線型3次元Hough変換

前述の3次元空間上に分布した点の集合から、3次元Hough変換で平面を抽出する方法には、計算時間とメモリーの問題があり、そのまま実行するのは実用的でない。そこで、筆者らは、3次元空間上の直線の集合から、3次元Hough変換によって平面を抽出する方法を検討した。この方法を使って実際の物体表面上の平面を抽出するには、物体表面上の直線データを収集することが必要であるが、これは、光切断法を用いれば、それほど困難なことではない。以下に、3次元空間上の一般的な直線の集合からの平面抽出方法、及び、筆者らが行っている光切断法を用いた形状入力システム^{[5][6]}で得られる直線データからの平面抽出方法について述べる。

3-1 任意の直線集合からの平面抽出

前述したように、3次元空間 (x, y, z) 上の点 p_i は、Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上の曲面に対応した。ここでは、まず、 (x, y, z) 空間上の直線は、Hough空間上の曲線に対応することを示す。

[定理 1]

3次元空間 (x, y, z) 上の直線は、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上では曲線に対応し、この曲線は、直線上の任意の2点をそれぞれ3次元Hough変換して生成される (θ, ϕ, ρ) 空間上の2曲面が交わる交線として求めることができる (図3参照)。

[証明]

(x, y, z) 空間に存在する直線上の任意の2点を $p_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $p_2(x_2, y_2, z_2)$ ($p_1 \neq p_2$) とする。この2点 p_1 、 p_2 にそれぞれ対応するHough空間 (θ, ϕ, ρ) 上での曲面は、(5)式で表わされる。

$$x_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + y_1 \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + z_1 \cdot \cos \phi = \rho \quad (5-1)$$

$$x_2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + y_2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + z_2 \cdot \cos \phi = \rho \quad (5-2)$$

(5-1)(5-2)式の2曲面は、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上の曲線で交わることは明らかである。 (x, y, z) 空間上の2点 p_1 、 p_2 を必ず含むような平面の集合に対して、その平面のパラメータ (θ, ϕ, ρ) は、(5-1)(5-2)式を共に満足する必要があり、その平面パラメータの集合は、 (θ, ϕ, ρ) 空間上の2曲面(5-1)(5-2)式が交わる曲線を形成することになる。

一方、2点 $p_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $p_2(x_2, y_2, z_2)$ で定義される直線上の任意の点 $p(x, y, z)$ は、パラメータ k を用いて、(6)式で表現できる。

$$\begin{aligned} p &= (x, y, z) \\ &= (k \cdot x_1 + (1-k) \cdot x_2, k \cdot y_1 + (1-k) \cdot y_2, k \cdot z_1 + (1-k) \cdot z_2) \end{aligned} \quad (6)$$

この点 p に対応するHough空間 (θ, ϕ, ρ) 上での曲面の方程式は、(7)式で表わされ、さらに変形すれば、(8)式が得られる。

$$\begin{aligned} (k \cdot x_1 + (1-k) \cdot x_2) \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + (k \cdot y_1 + (1-k) \cdot y_2) \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + \\ (k \cdot z_1 + (1-k) \cdot z_2) \cdot \cos \phi = \rho \end{aligned} \quad (7)$$

$$k \cdot (x_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + y_1 \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + z_1 \cdot \cos \phi) + (1-k) \cdot (x_2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi + y_2 \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + z_2 \cdot \cos \phi) = \rho \quad (8)$$

この(8)式は、(5-1)式をk倍したものと(5-2)式を(1-k)倍したものを加えたものであり、(5-1)(5-2)式に対して独立ではない。したがって、直線上の任意の点を3次元Hough変換して生成される曲面は、(5-1)式と(5-2)式で表わされる2曲面が交わる曲線を必ず含むことがわかる。

以上の結果から、3次元空間(x, y, z)上の直線は、3次元Hough空間(θ , ϕ , ρ)上では曲線に対応する。

(証明終)

この定理1は、3次元空間上のある直線を必ず含むような平面の集合は、この直線を軸として回転させた平面の集合に限定される、すなわち、平面の自由度が少なくなることからも類推できる。

具体的に、3次元空間(x, y, z)上の直線の集合が与えられたとき、直線の部分集合によって構成される平面を抽出するのに、定理1の性質を使った次のアルゴリズム1が成立する。

[アルゴリズム1]

[1] 3次元Hough空間(θ , ϕ , ρ)の(4)式の範囲を、図4に示すように、 $\theta \cdot \phi \cdot \rho$ の各方向について、 $\Delta \theta \cdot \Delta \phi \cdot \Delta \rho$ ごとに分割し、3次元の配列H [θ_i, ϕ_j, ρ_k]を生成する。ただし、 ρ 方向については実用上の絶対値の最大値を ρ_{max} とし、 $-\rho_{max} \leq \rho \leq \rho_{max}$ の範囲を分割する。配列Hの要素 [θ_i, ϕ_j, ρ_k]は、対応する画素領域($\Delta \theta \times \Delta \phi \times \Delta \rho$)を何本の曲線が通過したかを示すカウンタになる。

[2] 各直線に対して、(5)式を使ってHough空間上の曲線を計算し、その曲線を3次元配列H上に展開する。すなわち、曲線が通過する3次元配列H上のすべての要素 [θ_i, ϕ_j, ρ_k]の値を1だけカウントアップする。

[3] [2]の処理をすべての直線に対して行なう。この結果、3次元配列Hの各要素には、その要素の値に対応する(x, y, z)空間上の平面が何本の直線を含んでいるかという直線の本数が入れられる。

[4] 3次元配列の要素で、ある一定の値(しきい値)以上の値を持つ要素を検出し、その要素に対応するHough空間上の値($\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$, $\hat{\rho}$)から、(3)式を使って平

面の方程式を求める。

ここで、[2]でカウントアップする値は、直線の本数を表すように1としたが、直線の長さに重みをつけたいときは、直線の長さとするればよい。

従来、点の集合から平面を検出するには、図4に示したような3次元配列H上に曲面を展開する必要があった。これに対し、本アルゴリズム1では、3次元配列H上に曲線を展開すればよいことになり、必要な計算量が大幅に軽減されることがわかる。

3-2 制限付き直線集合からの平面検出

筆者らによる光切断法を用いた立体形状入力システムでは、図5に示すように回転テーブル上に対象物体を置き、スリット光を回転テーブルの回転軸方向に投影している。z軸を回転軸とする円柱座標系 (r, θ, z) を採用すれば、得られる物体表面上のデータは、特定の偏角 θ 方向の輪郭線形状となる。こうした輪郭線形状を折れ線で近似することにより検出した物体表面上の直線データの集合から物体表面の平面の検出を考える。

このような直線データは、図6に示すように、同一の偏角 θ 上に存在するという性質を持つ。つまり、(5)式において点 $p_1(x_1, y_1, z_1)$ と点 $p_2(x_2, y_2, z_2)$ が、同一の偏角 θ^* 上にあるので、次の(9)式の関係が成立する。

$$\begin{aligned}x_1 &= r_1 \cdot \cos \theta^* \\y_1 &= r_1 \cdot \sin \theta^* \\x_2 &= r_2 \cdot \cos \theta^* \\y_2 &= r_2 \cdot \sin \theta^*\end{aligned} \tag{9}$$

ここで、 $r_1 = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}$ 、 $r_2 = (x_2^2 + y_2^2)^{1/2}$ である。

この(9)式の関係(5)式に代入すると、(10)式が得られる。

$$r_1 \cdot \sin \phi \cdot \cos(\theta - \theta^*) + z_1 \cdot \cos \phi = \rho \tag{10-1}$$

$$r_2 \cdot \sin \phi \cdot \cos(\theta - \theta^*) + z_2 \cdot \cos \phi = \rho \tag{10-2}$$

このとき、 r_1 と r_2 の関係、及び、 z_1 と z_2 の関係によって、Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上に描かれる曲線は、次のように分類される。

(a) $r_1 \neq r_2$ かつ $z_1 \neq z_2$ の場合

$$\rho = \frac{r_2 \cdot z_1 - r_1 \cdot z_2}{r_2 - r_1} \cdot \cos \phi \quad \text{かつ} \quad (11-1)$$

$$\tan \phi = \frac{z_1 - z_2}{(r_2 - r_1) \cdot \cos(\theta - \theta^*)} \quad (11-2)$$

この場合のHough空間上の曲線の構成例を図7(a)に示す。

このように、Hough空間上の曲線は、(11-1)式で表される曲面上に生成され、かつ、 $\theta = \theta^*$ に対して対称になる。

ここで、 $(r_2 \cdot z_1 - r_1 \cdot z_2)/(r_2 - r_1)$ の意味を考える。 $(r_2 \cdot z_1 - r_1 \cdot z_2)/(r_2 - r_1) = z_k$ とすると次の(12)式が成立する。

$$\frac{z_k - z_1}{r_1} = \frac{z_k - z_2}{r_2} \quad (12)$$

図8より、 z_k は、直線 $p_1 p_2$ が z 軸と交わる交点の z 座標 (z 切片) を表しているのは明らかである。

(b) $r_1 = r_2 (= r^*)$ かつ $z_1 \neq z_2$ の場合

$$\phi = (1/2)\pi \quad \text{かつ} \quad \rho = r^* \cdot \cos(\theta - \theta^*) \quad (13)$$

この場合の曲線の構成例を図7(b)に示す。

(c) $r_1 \neq r_2$ かつ $z_1 = z_2 (= z^*)$ の場合

$$\rho = z^* \cdot \cos \phi \quad \text{かつ} \quad [\phi = 0 \quad \text{または} \quad \theta = \theta^* + (2n+1) \cdot \pi/2] \quad (14)$$

(n : 整数)

この場合のHough空間上の曲線構成例を図7(c)に示す。

[定理 2]

円柱座標系 (r, θ, z) を使用した3次元空間上において、各直線は一定の偏角 θ 上に存在するような直線の集合が与えられたとき、もし、それらの直線がすべて同一平面 (z 軸を含む平面を除く) 上に存在すれば、すべての直線の z 切片の値は必ず等しい。

[証明]

3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上曲線は、前述のように、 $r_1 = r_2$ となる場合

を除いて、(11-1)式で表現される曲面上に生成される。また、 $r_1 = r_2$ となる場合も、 $\phi = (1/2)\pi$ なる平面上の生成される。

(x, y, z) 空間上の同一平面上にある直線群は、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上の1点で交わる。したがって、 $\phi = (1/2)\pi$ かつ、 $\rho = 0$ となる直線上で交わる場合を除いて、3次元Hough空間上の曲線群が1点で交わるためには、少なくともこれらの曲線群は、同一の(11-1)式の曲面上、あるいは、 $\phi = (1/2)\pi$ の平面上になければならない。このことは、前述のように z 切片が同じ値を持つことに等しい。

また、 $\phi = (1/2)\pi$ 、かつ、 $\rho = 0$ となる直線上で交わる場合は、対応する平面が z 軸を含む場合であることは明らかである。

(証明終)

この定理2の逆は、必ずしも成立しない。たとえば、円錐を考えれば、 z 切片の値は等しくても、平面ではない。

定理2の性質を使って、2次元的手法で平面を抽出する次のアルゴリズムが成立する。ただし、 z 軸を含む平面を抽出することはできない。

[アルゴリズム2]

[1] 直線の集合を z 切片の値 ($r_1 \neq r_2$ のときは $(r_2 \cdot z_1 - r_1 \cdot z_2)/(r_2 - r_1)$) ごとに分類する。

[2] [1]で分類した直線の部分集合ごとに、各直線を2次元のHough空間 (θ, ρ) 空間上の曲線に展開し、曲線が交わる交点 (ピーク点) を検出する。

[3] 検出したピーク点を ($\hat{\theta}, \hat{\rho}$) とし、(11-1)式を用いて $\hat{\phi}$ の値を計算し (ただし、 z 切片が ∞ の直線の部分集合は $\hat{\phi} = \pi/2$)、($\hat{\theta}, \hat{\phi}, \hat{\rho}$) を抽出した平面のパラメータとする。

ここで、(θ, ρ) 平面上での曲線間の交点を求める処理は、2次元配列を使って、前記のアルゴリズム1と同様に処理する。

3次元Hough空間上での交点を求める処理は、このように、3次元Hough空間 (θ, ϕ, ρ) 上の曲線を (θ, ρ) 平面へ投影する方法を採った。この処理は、(θ, ϕ) 平面に投影しても可能であったが、(θ, ϕ) 平面へ投影したのは、次の理由による。

(1) $r_1 = r_2$ ($\hat{\phi} = \pi/2$) のときでも、 r_1 と r_2 の値が近い ($\hat{\phi}$ が $\pi/2$ に近い)

ときでも、精度よく平面を抽出できる。

- (2) $\phi = 0$ に近い平面を検出する場合は、精度が悪くなるが、光切断法を使用した筆者らの形状入力方法では、このような平面上の直線データはもともと得られにくい。
- (3) 各直線ごとに ρ の値がとりうる範囲を計算することができる。各直線の部分集合ごとに、それに属する直線の ρ の範囲の和の部分分割することにより、 ρ 方向の分割を効率よく設定できる。

4. 実験と考察

以上のアルゴリズム 1、及び、アルゴリズム 2 を実際にインプリメントし、アルゴリズム 2 の 2 次元的な処理の有効性を評価した。ハードウェアは、SUN-3 のワークステーションを使用し、言語は、C 言語を使用した。アルゴリズムを実際にインプリメントしたときの留意事項は、次のとおりである。

[アルゴリズム 1]

- (1) 3 次元配列 $H[\theta_j, \phi_j, \rho_k]$ で、そのまま処理すれば、膨大なメモリ容量を必要とするので、輿水が提唱している SWGA (Slit Window Guided Algorithm) [7] を 3 次元に拡張して、2 次元配列 $[\phi_j, \rho_k]$ を θ 方向にスライドさせる方法を採用した。この結果、2 次元配列で処理が可能になり、細かいきざみ幅での高精度な平面抽出が可能になった。
- (2) 各直線を 3 次元 Hough 変換して、曲線を 3 次元配列 H 上に展開する場合、本来交わるべき直線は、必らず交わるように、6 連結の点列で曲線を描くようにした。
- (3) 検出すべきピーク点は、3 次元配列上の要素の値が、予め与えられたしきい値より大きく、かつ、 $3 \times 3 \times 3$ の近傍で周囲の 26 要素のどの値に比べても大きい等しいとき、検出することとした。このため、2 次元配列 $[\phi_j, \rho_k]$ を 3 個用意し、順番に θ 方向にスライドさせていく方法を採用した。

[アルゴリズム 2]

- (1) z 切片の値で直線を分類するのに、 z 軸の $-\infty$ から ∞ までの範囲を均等の間隔で分割するのは賢明ではない。そこで、図 9 に示すように、分割中心 (r_0, z_0) を指定し、その内側 (z 軸側) の角度 ($180[\text{deg}]$) を均等の微小角度で分割し、分割する各直線が z 軸と交わる交点の z 座標ごとに z 軸を分割する方法を採用した。この各分割区間を d_i で表わす。この結果、 z_0 に近いほど小さな

分割間隔になり、離れるほど大きくなった。

- (2) 各直線ごとに z 切片の値を計算し、(1)の方法で求めた z 軸上の区間 d_i ごとに直線を分類する。この結果、連続する3区間 ($d_{i-1} \cdot d_i \cdot d_{i+1}$ とする) に対する直線数の和が、予め与えられたしきい値以上であり、かつ、隣接する3区間 (この場合は、 $d_{i-2} \cdot d_{i-1} \cdot d_i$ 、及び、 $d_i \cdot d_{i+1} \cdot d_{i+2}$) に含まれる直線数の和以上であるとき、この3区間 $d_{i-1} \cdot d_i \cdot d_{i+1}$ に属する直線は同一の z 切片を持つものとして抽出した。この直線の部分集合に対する z 切片の値は、中央の区間 d_i の中央値とした。
- (3) (2)で抽出された直線の部分集合ごとに、 (θ, ρ) の2次元空間上で曲線間の交点を求める。このときの ρ 方向の分割は、次の方法で行った。部分集合に含まれる直線ごとにとりうる ρ の範囲を計算し、それらの ρ の範囲の和の部分をもとに、その区間を均等の間隔で分割した。この結果、与えられた分割数に対して、最小の分割幅を実現することができた。
- (4) 2次元配列 $[\theta_i, \rho_k]$ 上に曲線を展開するとき、交わるべき曲線は必ず交わるように、4連結の点列で曲線を描くようにした。
- (5) 検出するピーク点は、2次元配列 $[\theta_i, \rho_k]$ 上の要素の値が、予め与えられたしきい値より大きく、かつ、 3×3 の近傍で周囲の8要素のどの値に比べても大きいか等しいとき、検出することとした。

以上の方法でインプリメントしたプログラムを使用して、直線データの集合から平面の抽出を試みた。まず、実験1では、計算で求めた理想的な直線データの集合から平面抽出を行い、実験2では、実際に計測した物体表面上の直線データの集合から平面抽出を行った。

[実験1] 理想的な直線データからの平面抽出

1辺6cmの正12面体に対して、仮想的に回転テーブルを1[deg]回転させるごとに光切断法で計測したとして、直線データを計算し、これらの直線データの集合(720本)から平面抽出を試みた。

アルゴリズム1による結果を表1に、アルゴリズム2による結果を表2に示す。

アルゴリズム1でもアルゴリズム2でも、上下の面を除いて10個の平面を検出できた。平面の検出分解能の設定(3次元Hough空間の分割数)は同一である。計算時間は、アルゴリズム1が約460秒、アルゴリズム2が約120秒であり、1/3以下に短縮された。

〔実験 2〕 実際に計測した直線データからの平面抽出

1 辺約 4 cm の正 12 面体に対して、実際に回転テーブルを 1 [deg] 回転させるごとに光切断法で計測し、得られたデータから抽出した直線データの集合から平面検出を試みた。

直線データの抽出は、光切断法で得られた物体表面上の光切断面の輪郭線データを折れ線で近似し、ある与えられた長さ以上の折れ線から直線データを抽出した。さらに、その折れ線部分を構成する点の系列に対して最小自乗法を使った直線のフィッティング操作を行うことにより、精度の高い直線の方程式を算出した。

アルゴリズム 1 による結果を表 3 に、アルゴリズム 2 による結果を表 4 に示す。

直線データは 739 本で、10 [mm] 以上の長さをもつ直線を抽出した。平面の検出分解能の設定は、同一である。双方とも、余裕を持って上下の面を除く 10 個の平面を抽出できている（アルゴリズム 1 では、10 番目の平面のピーク値が 54、11 番目が 22 であった。同様に、アルゴリズム 2 では、10 番目が 49、11 番目が 16 であった）。平面抽出のための計算時間は、アルゴリズム 1 が約 470 秒、アルゴリズム 2 が約 140 秒であり、実験 1 と同様に 1/3 以下に短縮されている。

以上の結果、次のことがわかった。

- (1) アルゴリズム 2 で 2 次元的に処理することにより、計算時間は、1/3 以下になる。どちらの手法も 2 次元空間か、3 次元空間上に曲線を描くものであり、計算時間の短縮の程度は、ほぼ予想どおりである。
- (2) ある程度の計測誤差を含む実測した直線データの集合からでも、十分平面を抽出することができた。
- (3) 2 次元的に処理することにより、検出精度が著しく悪くなることはない。
- (4) 筆者らの光切断法で計測した隣接する直線データは、非常に接近している。

このような直線を Hough 空間上に変換すれば、よく似た曲線になり、もし、同一平面上にあれば、接するように交わる。したがって、少しの計測誤差が、交点の座標に大きく影響する。換言すれば、ほぼ平行で接近した直線群から平面検出を試みているため、Hough 空間上でもある方向については、急峻なピークが得られないという欠点がある。よって、アルゴリズム 1 を使った場合、Hough 空間上に急峻なピーク点を生成するには、いろいろな方向の直線データを収集する必要があることがわかった。

- (5) このように計測した規則正しい直線データからであれば、Hough 変換を使わなくてもよいという考え方がある。つまり、隣接した直線データから平面を計算

し、それを拡張していくという方法である。しかし、隣接した直線データは、非常に接近しているため、わずかの計測誤差が平面の方程式の誤差に大きく影響する。実際、平面を計測した隣接する直線データから計算した平面の方程式は、大きなバラツキを含み、この方法では、うまくいかなかった。

5. むすび

以上、直線データの集合から3次元Hough変換を使って平面を抽出する手法について、検討結果を報告した。Hough変換による手法は、一般に膨大な計算量を必要とする欠点はあるが、局所的に見つけ出した特徴量を広げていくのではなく、全体的に見渡して特徴量を抽出するという長所がある。ここでは、特に、従来行われていた3次元空間上の点の集合からの平面抽出を、直線の集合からの平面抽出に拡張し、その計算量の低減効果により、Hough変換による平面抽出処理を実用的なものにした。また、筆者らが行っている光切断法を用いた立体形状入力システムから得られる直線データの集合からの平面抽出を検討し、その直線データの規則性を利用して、2次元Hough空間を用いて平面抽出を行うアルゴリズムを提案した。

今後の課題としては、次の項目が挙げられる。

- (1) 2次元のHough変換で開発されている各種の高速化手法の適用
- (2) 任意の形状を抽出できる一般化Hough変換の3次元への拡張
- (3) 平面の方程式だけでなく、平面上の範囲を効率よく算出する方法の確立

参考文献

- [1] 輿水： "Hough変換に関する最近の研究動向", 情処研報 Vol. 87, No. 83, (1987)
- [2] 崔, 安居院, 中島： "特徴保存型階層化高速ハフ変換を用いたナンバプレート領域抽出", 信学論(D), J71-D, 5, pp. 856-862(1988)
- [3] 中沢, 大矢, 中島, 油田： "ファイバークレーディングを用いた3次元形状計測における要素平面群の抽出法", 第17回画像工学コンファレンス, 3-8(1986)
- [4] R. A. Jarvis： "A Perspective on Range Finding Techniques for Computer Vision", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. PAMI-5, pp. 122-139(1983)
- [5] H. Nishino, K. Akiyama, Y. Kobayashi： "Consideration on Automatic Acquisition and Reconstruction of an Object Shape", Second International Workshop on Signal Processing of HDTV(1988)
- [6] 西野, 秋山, 小林： "光切断法による3次元立体形状自動入力に関する一検討", 情報処理学会第36回全国大会, 5W-7(1988)
- [7] 輿水： "直線パターン検出のためのHough曲線追跡型アルゴリズムについて", 信学論(D), J68-D, 10, pp. 1769-1776(1985)

表1 アルゴリズム1による理想直線データからの平面抽出

No.	ピーク値	$\hat{\theta}$ [deg]	$\hat{\phi}$ [deg]	$\hat{\rho}$ [mm]
1	73	36.0	63.0	-67.0
2	73	36.0	63.0	67.0
3	73	108.0	63.0	-67.0
4	73	108.0	63.0	67.0
5	73	180.0	63.0	-67.0
6	73	180.0	63.0	67.0
7	73	252.0	63.0	-67.0
8	73	252.0	63.0	67.0
9	73	324.0	63.0	-67.0
10	73	324.0	63.0	67.0
11	なし			

$\Delta \theta = 1[\text{deg}]$, $\Delta \phi = 1[\text{deg}]$, $\Delta \rho = 1[\text{mm}]$ ($-100[\text{mm}] \leq \rho \leq 100[\text{mm}]$)

表2 アルゴリズム2による理想直線データからの平面抽出

No.	ピーク値	$\hat{\theta}$ [deg]	$\hat{\phi}$ [deg]	$\hat{\rho}$ [mm]
1	73	36.0	63.24	-66.76
2	73	108.0	63.24	-66.76
3	73	180.0	63.24	-66.76
4	73	252.0	63.24	-66.76
5	73	324.0	63.24	-66.76
6	73	36.0	63.24	66.76
7	73	108.0	63.24	66.76
8	73	180.0	63.24	66.76
9	73	252.0	63.24	66.76
10	73	324.0	63.24	66.76
11	(16)			

z 切片の分割中心 $r_0 = 100[\text{mm}]$, $z_0 = 0[\text{mm}]$

z 方向の分割数 180, $\Delta \theta = 1[\text{deg}]$, ρ 方向の分割数 200

表3 アルゴリズム1による計測直線データからの平面抽出

No.	ピーク値	$\hat{\theta}$ [deg]	$\hat{\phi}$ [deg]	$\hat{\rho}$ [mm]
1	78	181.0	64.0	56.0
2	77	39.0	66.0	53.0
3	75	110.0	65.0	54.0
4	73	326.0	65.0	55.0
5	72	254.0	64.0	57.0
6	71	326.0	64.0	-32.0
7	67	109.0	64.0	-34.0
8	63	182.0	63.0	-31.0
9	59	37.0	65.0	-34.0
10	54	254.0	65.0	-30.0
11	(22)	(105.5)	(65.5)	(52.5)

$\Delta \theta = 1[\text{deg}]$, $\Delta \phi = 1[\text{deg}]$, $\Delta \rho = 1[\text{mm}]$ ($-100[\text{mm}] \leq \rho \leq 100[\text{mm}]$)

表4 アルゴリズム2による計測直線データからの平面抽出

No.	ピーク値	$\hat{\theta}$ [deg]	$\hat{\phi}$ [deg]	$\hat{\rho}$ [mm]
1	77	181.0	63.93	56.26
2	74	254.0	63.43	57.26
3	72	326.0	64.43	55.25
4	71	38.0	65.59	52.91
5	69	254.0	64.20	-30.48
6	66	109.0	65.26	53.58
7	64	181.0	63.51	-31.23
8	64	110.0	64.53	-33.61
9	60	37.0	63.87	-34.41
10	49	326.0	62.64	-32.18
11	(16)	(35.0)	(66.25)	(51.57)

z切片の分割中心 $r_0 = 100[\text{mm}]$, $z_0 = 0[\text{mm}]$

z方向の分割数 180, $\Delta \theta = 1[\text{deg}]$, ρ 方向の分割数 200

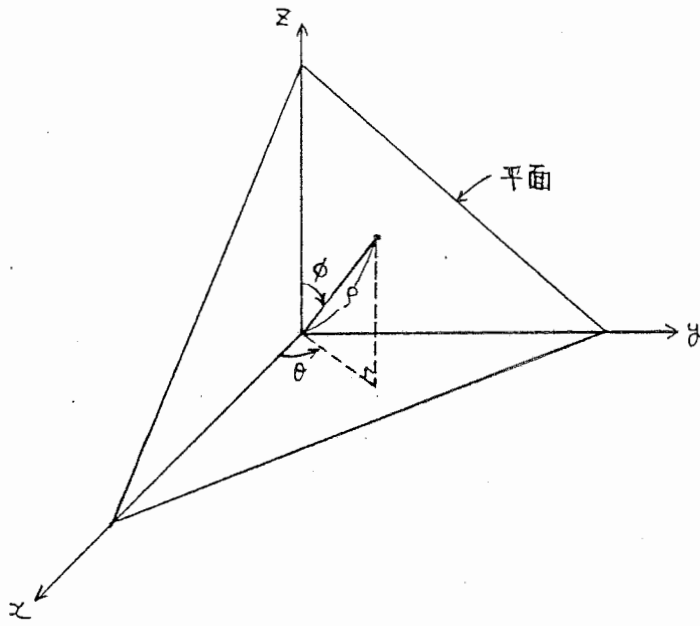


図1 3次元空間 (x, y, z) 上の平面

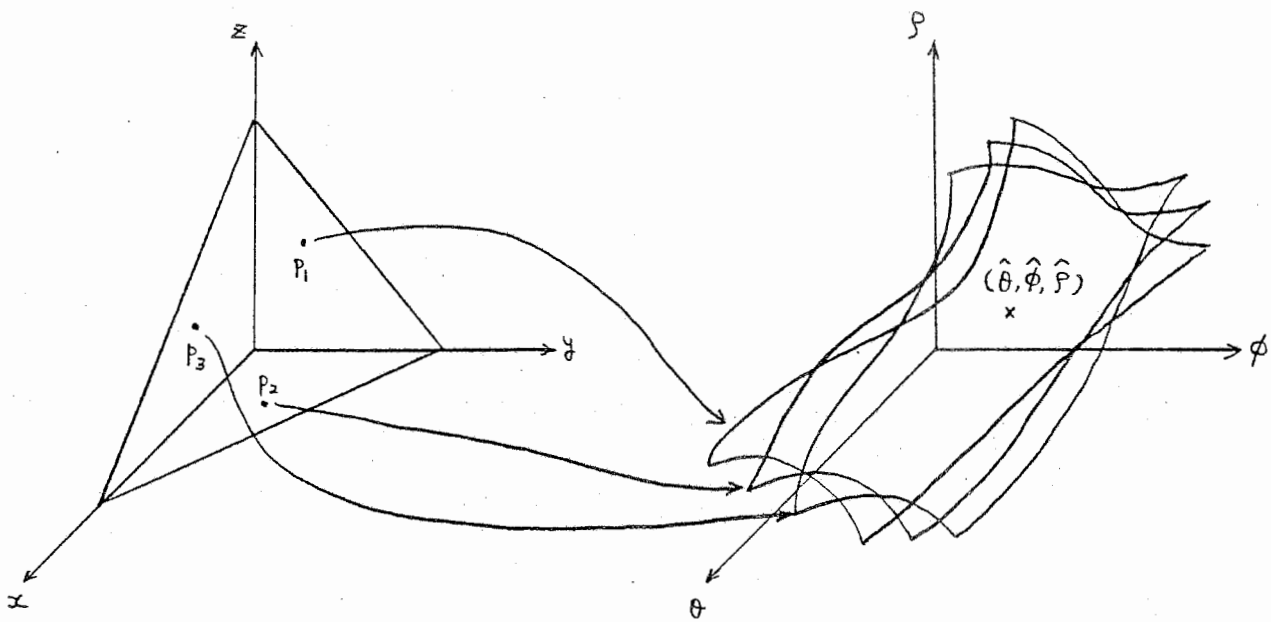


図2 3次元 Hough 変換による平面抽出の原理

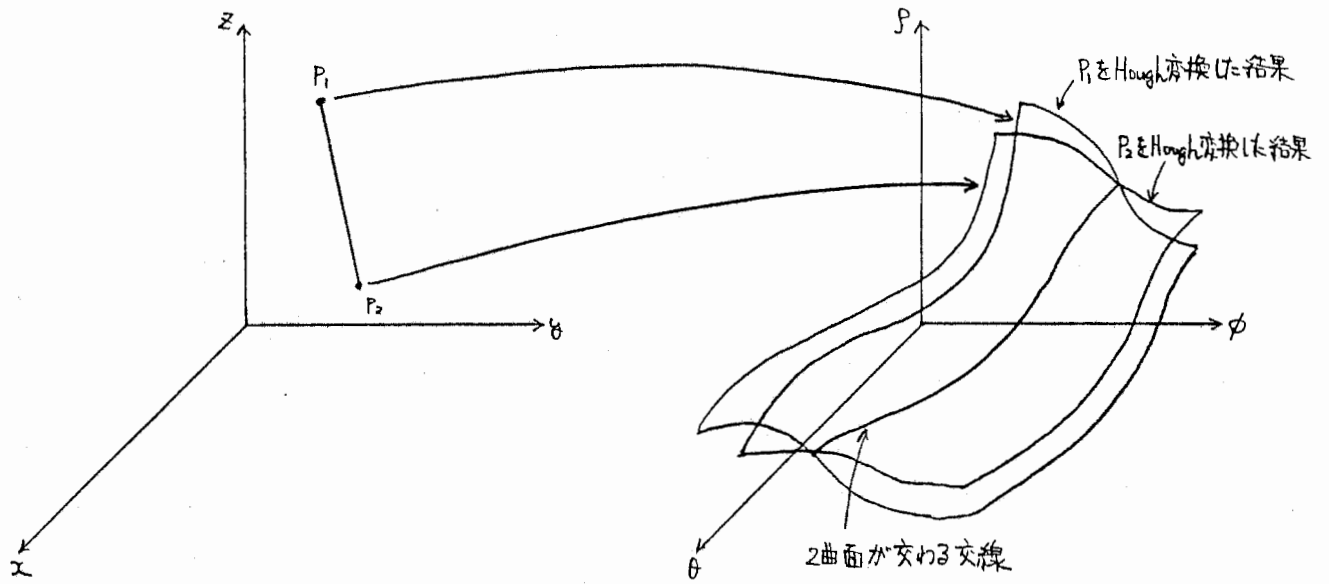


図3 3次元空間上の直線のHough変換

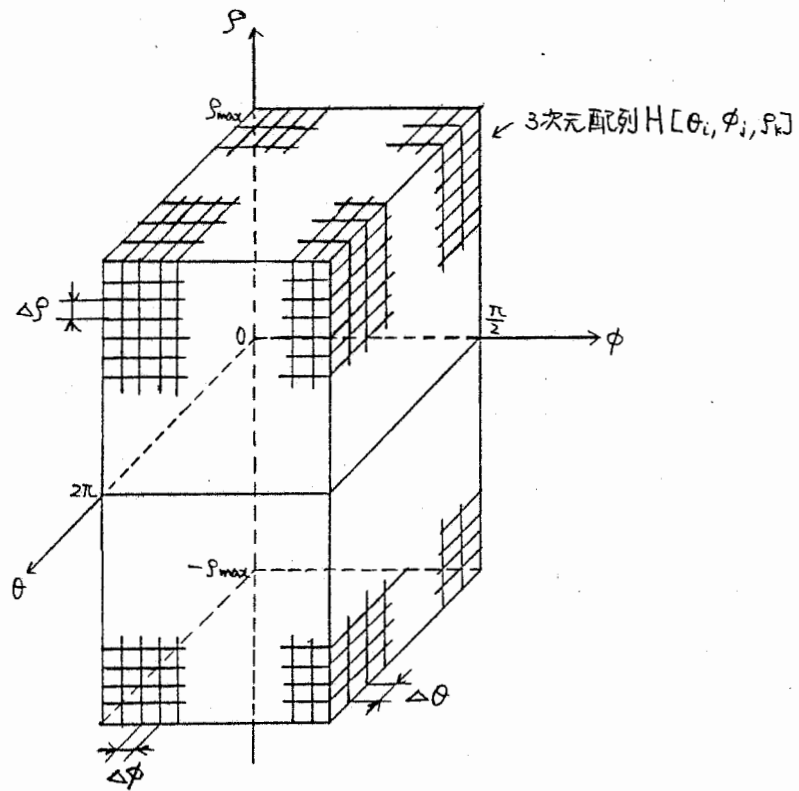


図4 3次元Hough空間の分割

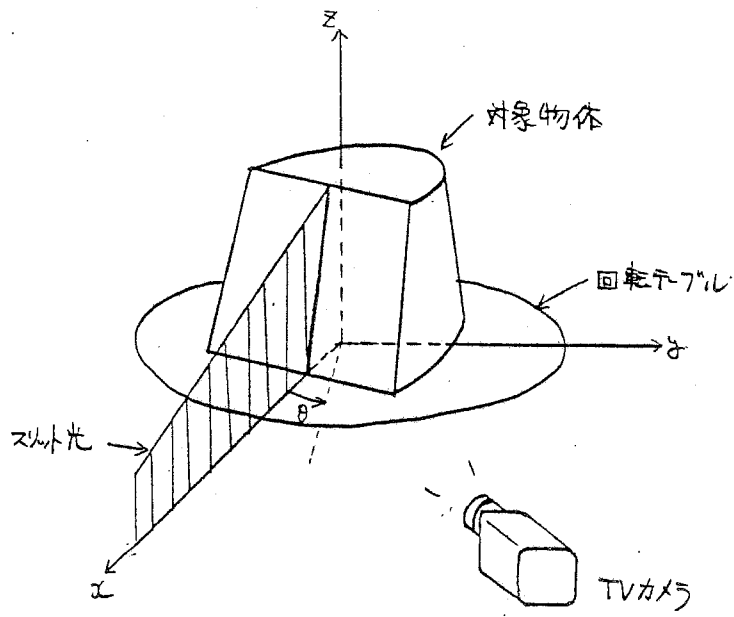


図5 光切断法による形状入力原理図

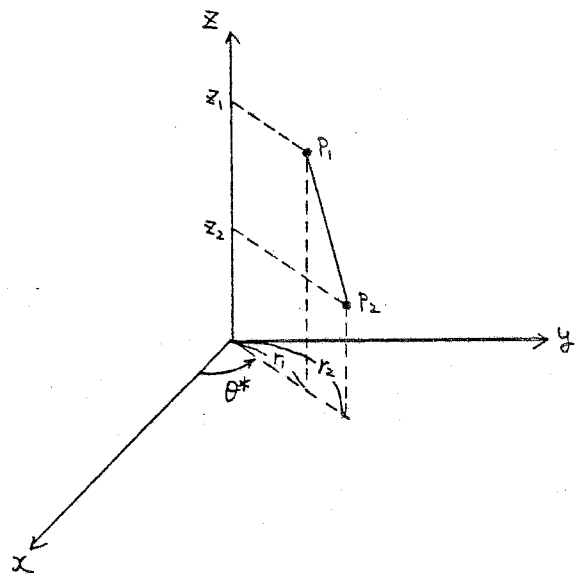
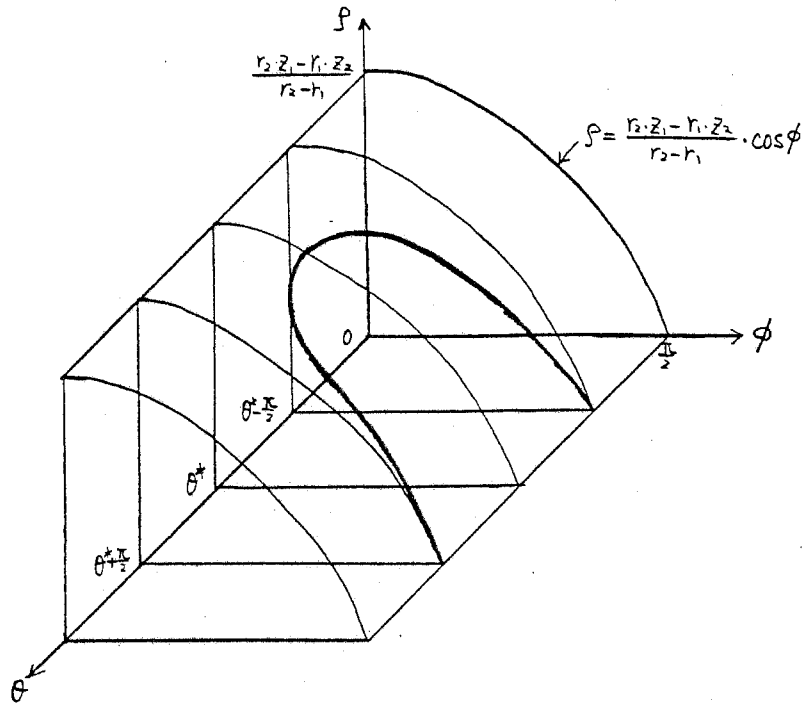
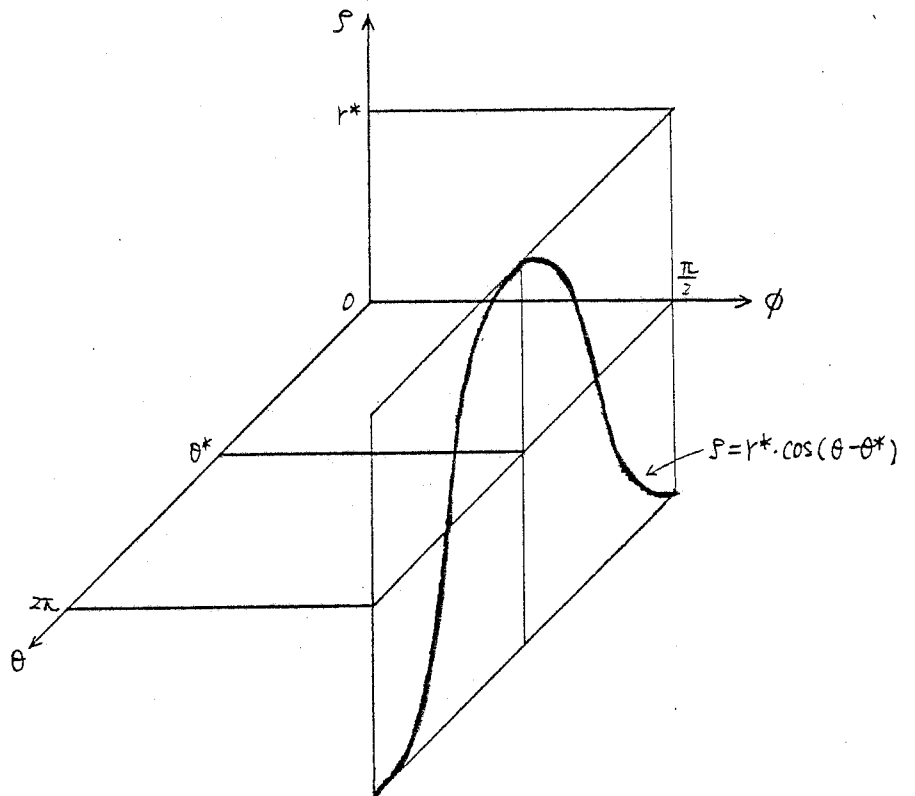


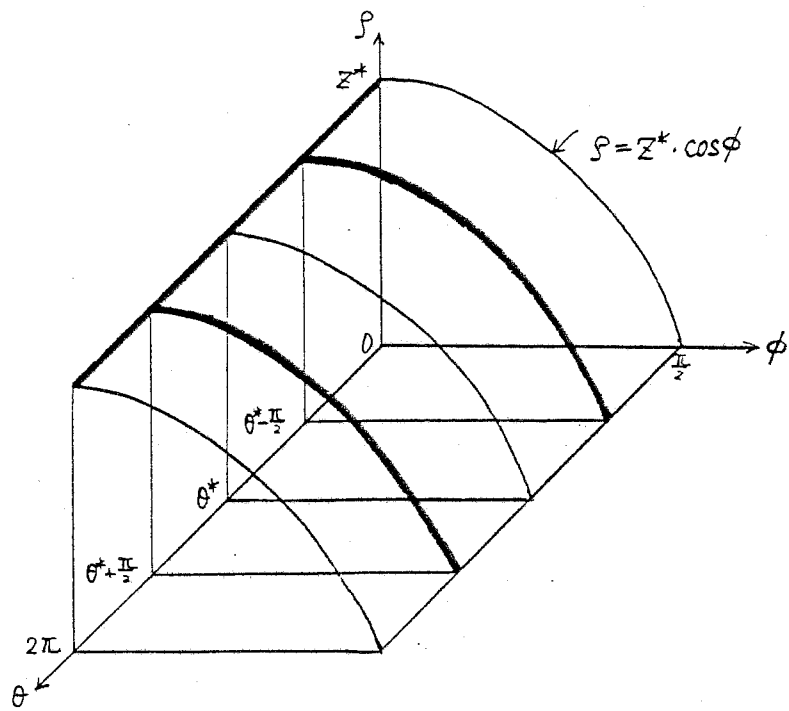
図6 光切断法による形状入力システムにより得られる直線データ



(a) $r_1 \neq r_2$ か $z_1 \neq z_2$ の場合の曲線例
 ($\frac{r_2 z_1 - r_1 z_2}{r_2 - r_1} > 0$ か $\frac{z_1 - z_2}{r_2 - r_1} > 0$ の場合)



(b) $r_1 = r_2 (= r^*)$ か $z_1 \neq z_2$ の場合の曲線例
 ($r^* > 0$ の場合)



(c) $r_1 \neq r_2$ の $z_1 = z_2 (= z^*)$ の場合の曲線例
 ($z^* > 0$ の場合)

図7 Hough空間上の曲線生成例

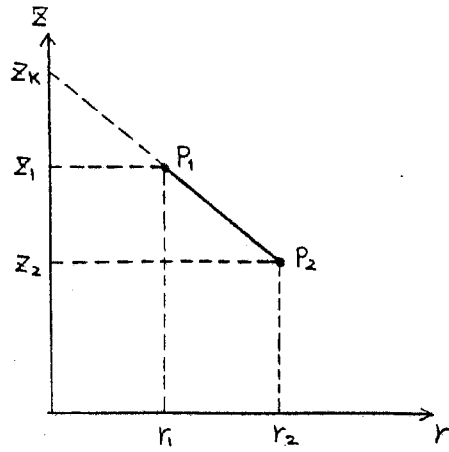


図8 直線 $r=g$ の z 切片

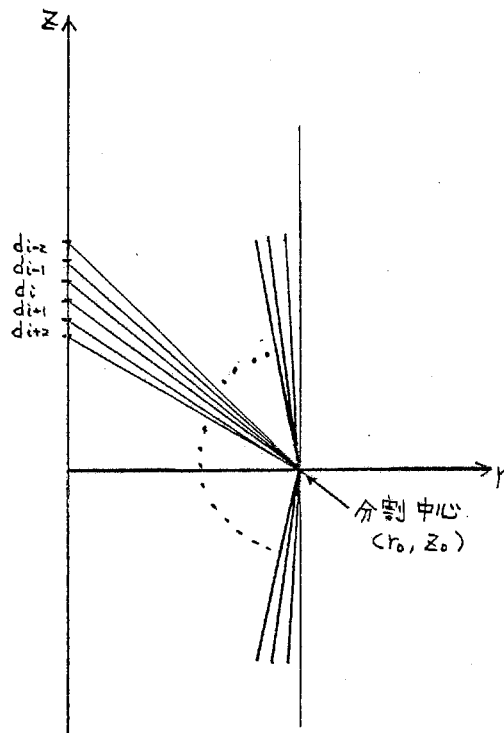


図9 z 軸の分割方法