

TR-A-0023

時空間フィルタを用いた
運動視知覚モデルの検討

緒方 昌美

佐藤 隆夫

Masami OGATA

Takao SATO

1988. 4. 4

ATR視聴覚機構研究所

[要旨]

運動の視知覚は、いくつかのレベルを経て成立していると考えられる。まず局所的な運動を検出する。次にそれらを空間的に統合し、まとまりを持った運動として知覚する。その後には、このような運動の情報を用いて、領域分割や3次元構造の復元など、より高次の処理を行なう段階が存在すると考えられる。

我々は現在、運動視知覚のモデル化を進めているが、その手始めとして局所運動検出のモデルについて検討してきた。本テクニカル・レポートでは以下の項目について詳述する。

(1) 従来モデルの調査

これまでに提案された主な局所運動抽出モデルを紹介する。近年、コネクショニスト的なアプローチを用いた運動視知覚モデルが提案されており、これらは空間的統合のレベルまで含めたものもあるが、ここで一緒に紹介しておく。

(2) 従来モデルの検討

従来モデルの調査から、NASAのWatsonらによって提案されたモデルは、2次元速度を推定できるなど、他のモデルに比べて有効であるという結論を得た。しかし、彼らのモデルは時空間フィルタを用いているためにあまりよい推定精度が期待できない。また、彼らは複数の空間周波数チャンネルを用意しているが、それらの間の相互作用についてはなにも導入していない。

(3) Watsonモデルの改良

工学的立場から精度改善の1方法を提案する。また、チャンネル間の相互作用として、複数チャンネルからの出力を加算的に統合する方法を提案する。さらに、後者の方法を拡張して、精度をあげる方法を示す。計算機シミュレーションにより、ここで提案した方法の有効性を示す。

1. はじめに

人間の視覚機構の重要なモジュールの1つに運動知覚がある。この運動視知覚は、局所運動の検出、空間的まとめあげ、領域分割・3次元構造復元など、いくつかのレベルを経て成立していると考えられる。近年、最初のレベルである局所運動検出機構に対するモデル化がさかんに行なわれており、有力なモデルがいくつか提案されている。これらは、網膜に投影された2次元画像の時系列から運動（速度）を検出するものである。

局所運動検出の方法は、大きく2つに分けることができる。第一の方法は、ある時間間隔で得られた2枚の画像において特徴点の対応付けを行なうもので、コンピュータ・ビジョンなどの分野でよく用いられる。各画像に対してなんらかの特徴点を抽出し、1枚目の画像のある特徴点が、2枚目の画像のどの特徴点に対応しているかを決定する。時間間隔とその間に移動した方向及び距離からその特徴点の速度を計算する。この方法では、対応付けの良否が直接速度検出の性能に影響を与える。正しい対応づけができれば正確な速度を求めることができる。しかし、長年の両眼立体視の研究からも明かなように、画像間の対応付けは容易な問題ではない。例えば、対応付けの性能は用いる特徴によって大きく左右されるが、好ましい特徴は入力される画像によって異なり、普遍的なものは存在しない。良い結果を得るためには、入力ごとに用いる特徴を考える必要がある。

もう1つの方法として、入力された時空間パターンに3次元フィルタリングを行なうものがある。入力された時空間パターンをフィルタリングし、運動成分を抽出する。それになんらかの処理を施して、運動に関するパラメータ（速さ、向き）を求める。これは、対応点を同定する必要がない。また、網膜に到達した視覚情報は、その伝達経路においてなんらかの時空間フィルタリングがなされていることは容易に想像でき、人間の視知覚モデルとして、時空間フィルタを導入することは妥当であると思われる。

我々は、時空間フィルタを用いたWatsonらのモデルを検討し、その改良を行なった。他の多くのモデルが、1次元的な運動の向きのみを求めるだけであるのに対し、彼らのモデルは2次元の速度を求めることができる。また、複数の空間周波数チャンネルを用意し、各成分の運動を抽出できる。彼らのモデルの

問題点としては、速度の推定精度がある。これは、フィルタ（とくに空間フィルタ）のバンド幅による曖昧性に起因するもので、時空間フィルタを用いるすべての方法について共通の問題である。また、彼らのモデルでは、各チャンネルは独立に働き、それらの間にはなんの相互作用も導入されていない。複雑なパターンの運動を抽出する場合などには、複数のチャンネルが互いになんらかの作用を及ぼし合っていることが考えられる。

本レポートでは、まず第2章でこれまでに提案されている局所運動検出のための運動視知覚モデルを紹介し、第3章でそれらの中で最も優れていると思われるWatsonらのモデルについて詳細に説明する。その後、第4章で、我々が試みたWatsonモデルの改良について述べる。改良の結果、複雑なパターンに対してもより正確な速度推定が可能となった。

2. 運動視知覚モデル

ここでは、これまでに提案された運動視知覚モデルを紹介する。2.1では、時空間フィルタを用いて局所的な運動を検出するモデルを紹介する。2.2では、近年さかんになってきたコネクショニスト的なアプローチの例を紹介する。

2.1 時空間フィルタを用いた運動視知覚モデル

運動視知覚モデルとしては時空間フィルタを用いたものが多い。これらのモデルにおける時空間フィルタの基本的な役割は、3次元（空間+時間）周波数領域において、入力された時空間パターンに含まれる運動成分のスペクトルを抽出することである。各モデルは、このような時空間フィルタを、人間の視覚特性の近似として提案されている時間フィルタ、及び空間フィルタの組合せで実現しており、何れも類似したものになっている。各モデルの特徴は、フィルタの組合せ方や、フィルタ出力に対する処理にある。

本節では、これまでに提案されモデルとして、Reichardtモデル、van Santen & Sperlingモデル、Adelson & Bergenモデル、Marr & Ullmanモデル、Watson & Ahumadaモデル及び、Heegerモデルについて概説する。また、動画像の速度に関する基本定理として広く用いられている勾配法についても述べる。

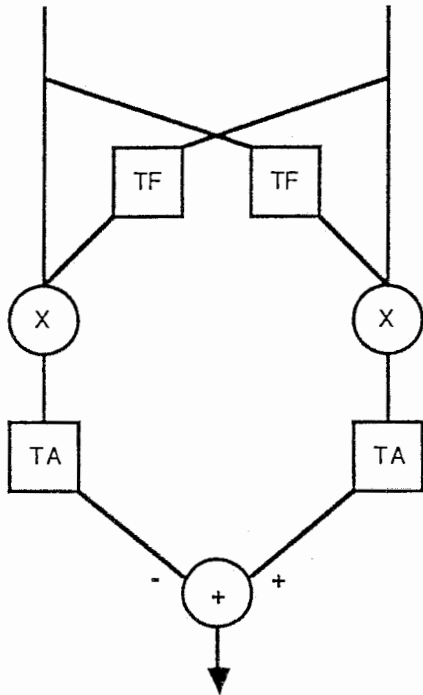


Fig.1 Reichardtモデル

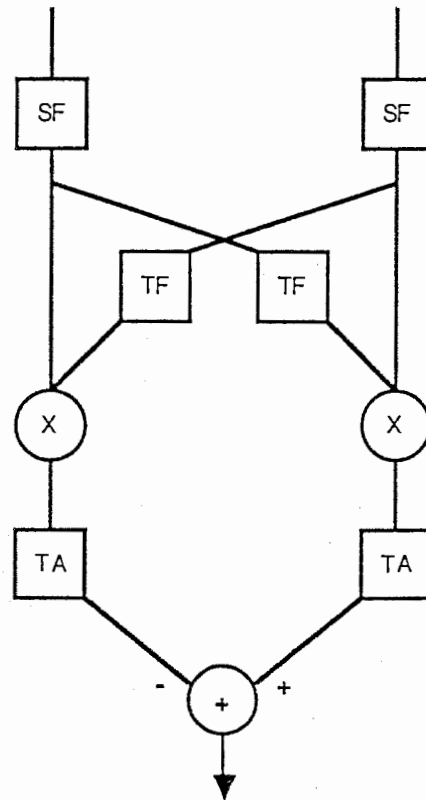


Fig.2 van Santenモデル

2. 1. 1 Reichardtモデル¹

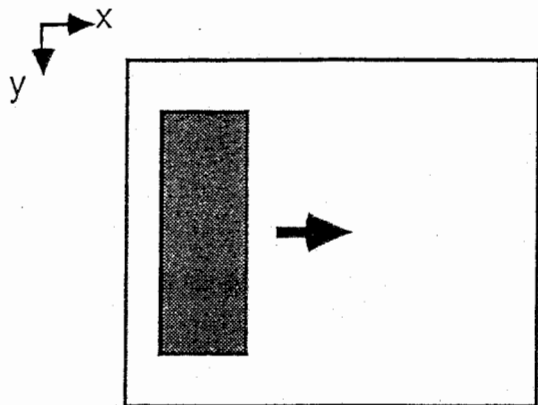
Reichardtは、昆虫の運動検出器としてFig.1に示すような機構を提案した。TFは遅延のための時間フィルタ、xはかけ算器である。また、TAは時間平均を計算する。検出器は2つのサブユニットからなる。両ユニットは、空間的に近接する位置から入力を受ける。それらの受容野はデルタ関数で、空間的な広がりを持たない。1つのユニットへの入力信号は時間の関数と考えられる。各ユニットは、自分に入力された時間波形と、他方のユニットへの入力に適切な遅延を施した時間波形の相関を計算する。検出器は、右のユニットで計算された相関から、左のユニットによる相関を引く。ある物体が、検出器の前を左から右へ動いた場合、その信号はまず左のユニットに入力され、次に右のユニットに入力される。この場合、右のユニットからの相関は左のユニットからの相関よりも高い。よって、検出器は正の値を出力する。運動が逆向きであれば相関の大小関係は逆になり、検出器の出力は負の値になる。すなわち、検出器の出力の符号から運動の向きを決定できる。

2. 1. 2 van Santen & Sperlingモデル²

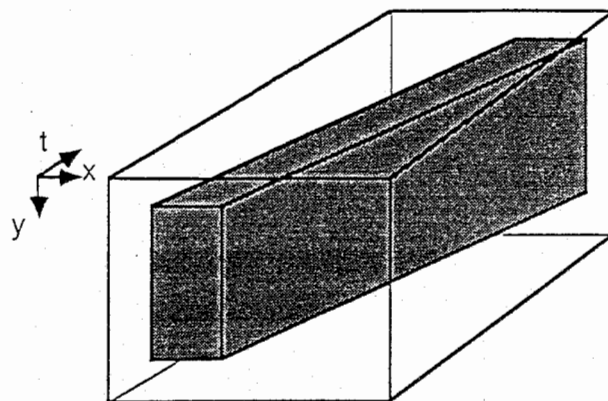
van Santen と Sperling は、このReichardtの検出器を改良し、人間の運動検出モデルを提案している。Reichardtの検出器では、遅延のための時間フィルタリングを行なっているが、空間的には何のフィルタリングも行なっていない。そのために、この検出器は人間には見られないような誤りを起こす。すなわち、周期がユニット間の距離の2倍以下の空間パターンに対しては、誤った運動の向きを示す（空間的エリアシング）。この問題は、ユニットに空間フィルタを導入することで解決できる。すなわち、空間フィルタによってエリアシングを起こすような高い周波数成分をカットする。彼らは、Fig.2に示すような検出器を提案した。SFは空間フィルタを表わす。人間の検出器は受容野を持ち、そこで空間的なフィルタリングが行なわれていると考えられる。よって、空間フィルタの導入は人間の視知覚モデルとしても妥当であると思われる。彼らはまた、複数の検出器からの結果をまとめあげるvoting ruleを導入している。これは、例えば近隣の検出器のうち過半数が正の値を出力していれば右向きの動きであると決定するといったものである。

2. 1. 3 Adelson & Bergenモデル³

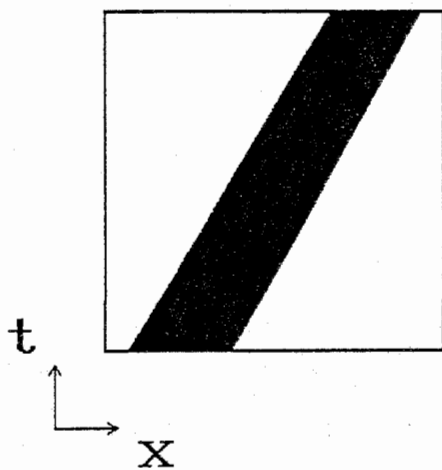
Adelson と Bergen は、motion energy を抽出するモデルを提案している。いま、Fig.3(a)に示す様な棒が右向きに動くとする。これを、時空間パターンとして示すとFig.3(b)のようになる。これは、空間次元としてx方向の1次元のみを考えると、Fig.3(c)になる。すなわち、運動は傾いた帯で表わされる。傾きの度合が速さを表わし、傾きの符号が運動の向きを表わす。従って、Fig.3(d)に示すような時空間的な受容野が存在すれば、運動を抽出できる。人間の時間及び空間特性についてはそれぞれ研究がなされ、それらを実現するフィルタが提案されている。彼らは、このような時間及び空間フィルタを組み合わせることによって、Fig.3(d)に示すような受容野を実現した。彼らの検出器の構成をFig.4に示す。sqは、入力の自乗和を計算する。van Santenらのモデルと同様、2つのサブユニットからなる。それぞれ、右向きの運動、および左向きの運動に選択的に出力を出す。右向きの運動に選択性を持つサブユニットは、Fi



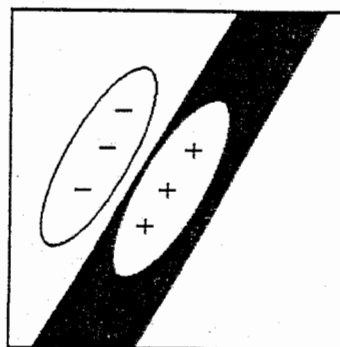
(a) 運動の 1 例



(b) 運動の時空間パターン



(c) 運動の時空間パターン (1次元)



(d) 運動抽出フィルタ

Fig.3 時空間における運動の表現

g.5に示す様な位相が $\pi/2$ 異なる1組の時空間フィルタを持つ。各フィルタは、それぞれ位相特性が $\pi/2$ 異なる2つの空間フィルタ (SF1,SF2) と、2つの時間フィルタ (TF1,TF2) の組合せで構成されている。空間フィルタは正弦波をガウス関数で重み付けしたガボア関数を用いている。これは、人間の受容野構造とよく一致することが示されている。時間フィルタは、心理物理的に推測されている帯域通過型のフィルタを用いている。各時空間フィルタ出力の自乗和をサブユニットの出力とする。彼らは、これを motion energyと呼んでいる。各空間位置におけるフィルタの出力は、運動物体の通過とともに振動する（正の出力と負の出力が交互に現われる）が、motion energyを計算する事によって、一定の運動に対しては、一定の出力を出すことができる。Fig.5とは反対の方向に傾いた1組の時空間フィルタ（位相が $\pi/2$ 異なる）を用いることによって、左向きの運動に対して出力を出すサブユニットを構成できる。検出器は、各サブユニットから出力されるmotion energyの差を出力する。

Adelsonらのモデルでは、位相特性が $\pi/2$ 異なる2つの空間フィルタが同じ位置から入力を受けている。これは、Fig.2のように同じ特性を持つフィルタ

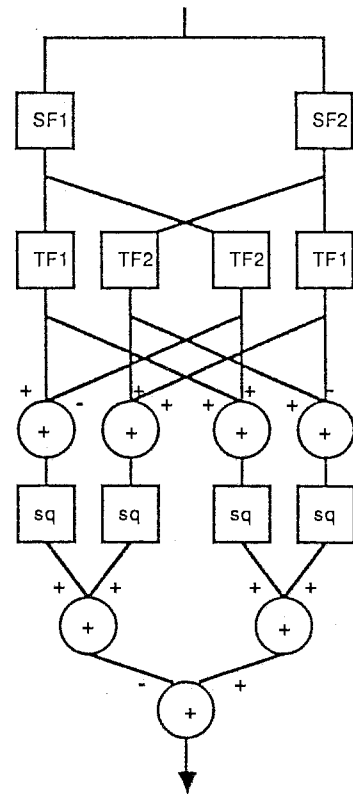


Fig.4 Adelsonモデル

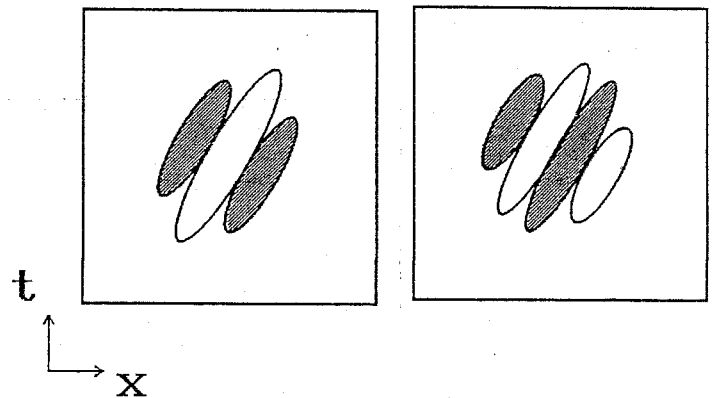


Fig.5 時空間フィルタ

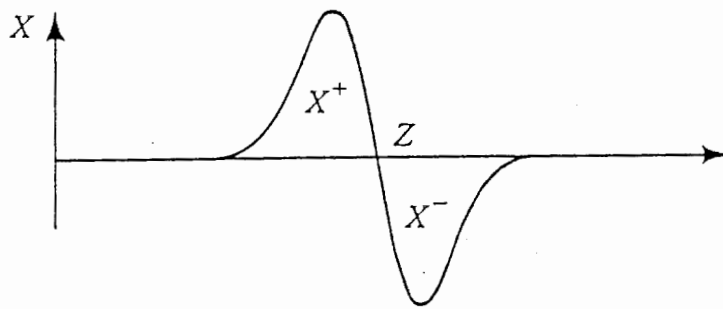


Fig.6 ゼロ交差点の運動

が近接する位置から入力を受ける場合において、フィルタ間の距離を対象とする空間周波数に応じて変化させるメカニズムを導入したものと考えられる。この様な構成にすると、すべての空間周波数成分のエリアシングが回避できる。

van Santenらは一般的な形で検出器を提案している。具体的に用いる時間フィルタあるいは空間フィルタについては、色々な可能性を示している。例えば、上で述べたように、位相特性の異なる空間フィルタを用いることによってエリアシングが回避できることなどは、彼らも詳しく検討している。Adelsonらのモデルはvan Santenらのモデルの1つの具体例に相当する。このことは、van Santenらが述べているし、Adelsonら自身も証明している。

2. 1. 4 Marr & Ullmanモデル⁴

MarrとUllmanは、入力された時空間パターンに対しラプラシアンGの時間微分を計算し、その符号によって運動の向きを決定するモデルを提案した。ラプラシアンGは、空間パターンに対するフィルタリングである。入力パターンをガウス関数でぼかし、それを2次微分する。こうして得られた画像におけるゼロ交差点、すなわち値が正から負に、あるいは負から正にかわる点は、もとの画像のエッジに含まれていた点と考えられる。よって、ゼロ交差点はエッジに対応するセグメントを構成している。ラプラシアンGをかけた後のあるゼロ交差点付近の波形を、ゼロ交差セグメントに直交する断面で1次元的に示すと、Fig.6のようになっている。これが右向きに動いていれば、ゼロ交差点での値は

時間とともに増加するが、左向きに動いていれば減少する。すなわち、このゼロ交差の位置における値の時間微分の符号を調べることによって、その点がゼロ交差セグメントに対して、どちら側に動いたかを知ることができる。これは、原理的には勾配法を用いたものであるが、彼らのモデルには生理学的なインプリメンテーションも含まれている。神経生理学的な記録から、網膜や外側膝状体におけるX細胞は入力された空間パターンのラプラシアンGを、Y細胞はその時間微分を伝達していることが示唆されている。

2. 1. 5 勾配法⁵

Marrらのモデルに使われている勾配法は、画像処理などの分野でよく用いられている。これは、Limらによって、テレビジョン信号からの動き検出のために提案された方法である。彼らは、空間的に1次元の信号を考え、ある空間位置の速度は、そこでの値の時間微分を空間微分で割ることによって得られることを示した。絶対値が速さ、符号が動きの向きを示す。これを2次元に拡張して式に表わすと

$$\partial g / \partial t + v_x (\partial g / \partial x) + v_y (\partial g / \partial y) = 0 \quad (1)$$

となる。 v_x , v_y は速度のx、及びy成分、 $g(x, y, t)$ は画素の値である。一方、速度 $v = (v_x, v_y)$ の運動を含む動画像のスペクトルは3次元(x方向、y方向、時間)周波数領域で

$$v_x \cdot \mu + v_y \cdot \nu + f = 0 \quad (2)$$

なる平面上に存在することが知られている。 μ , ν , 及び f は、それぞれx方向、y方向、時間の周波数である。運動検出モデルに用いられている時空間フィルタは、いずれも周波数領域におけるこの平面上のスペクトルを抽出するために設計されている。(1)、及び(2)式は、動画像の速度に関する基本定理として用いられているが、鈴木、吹抜は、両者が等価であることを示している⁶。

2. 1. 6 Watson & Ahumadaモデル⁷

これまでに述べたモデルは、基本的には1次元的な運動の向き(右に動いたか、左に動いたか)を推定するものであった。WatsonとAhumadaは、2次元の速度を推定するモデルを提案している。彼らのモデルは、van SantenやAdelson

nのモデルと同様に時空間フィルタを用いる。しかし、彼らは相関やmotion energyを計算するのではなく、時空間フィルタ出力の時間的变化を利用して速度を求めている。このモデルについては第3章で詳しく述べる。

2. 1. 7 Heegerモデル⁸

Heegerの提案したモデルも2次元速度の推定ができる。彼は時空間フィルタとして3次元のガボア関数を用いている。入力される空間パターンは一様な周波数分布を持つと仮定し（実際には、方向性を持つことは許容している）、時空間フィルタ出力のパワーを速度の関数として表わす。これと、実際の入力データに対するフィルタの出力パワーとの差が最小となるように速度を決定する。彼は、速度平面を用いた並列的なインプリメンテーションを提案している。

2. 2 コネクショニスト・モデル

近年、コネクションモデルを用いた運動視知覚モデルが提案されている。Kersten⁹らは、視覚の初期過程におけるいくつかの問題に対してニューラルネットを適用しているが、その中で動きの検出を取り上げている。彼らは、第一次視覚野（V1野）とそこから直接入力を受けているMT野の、動きに対する選択性の違いを利用し、ネットワークを構成した。V1野の細胞は、パターンの方向に選択性を持つことが知られている。各細胞はその受容野に、ある特定の方向のパターンが現われた時にのみ反応する。したがって、パターンが運動する場合、個々の細胞はパターンと直交する方向への運動しか検出することができない（aperture problem¹⁰）。すなわち各細胞は、真の速度のある方向（自分が反応するパターン方向に直交する方向）への射影成分のみしか知ることができない。しかし、MT野における細胞は、より広い受容野を持ち、速度の向きと速さに対して選択性を持つ。彼らは、V1野とMT野に相当するユニットを用意し、その間にネットワークを形成した。重み係数は、Widrow-Hoffの方法によって決定している。

Littleらは、オプティカル・フローの並列計算アルゴリズムを提案し、コネクション・マシンにインプリメントしている¹¹。彼らは、速度は局所的には一定である、という制約条件を置き（実際にはより緩い条件でも適用可能である

ことを述べている)、constraint method (regularization method) でオプティカル・フローを求めている。時刻 t に入力された 2 次元画像の各画素に対してある特徴量 (一般には、複数の特徴からなるベクトル) を計算する。これを $E_t(x, y)$ とする。時刻 $t + \Delta t$ においても同様に $E_{t+\Delta t}(x, y)$ を計算する。ある速度 $v = (v_x, v_y)$ に対して、 $E_t(x, y)$ と $E_{t+\Delta t}(x + v_x \cdot \Delta t, y + v_y \cdot \Delta t)$ のマッチングを行なう。これは、例えば特徴量がスカラーで 0、1 の 2 値であれば論理和をとる等が考えられる。予め調べる速度の範囲を決めておき、有限個の速度の集合として用意しておく。この集合の中のすべての速度に対してマッチングを行なう。マッチングの結果は、マッチング・マップ $M(v)$ に蓄えられる。各画素に対して $M(v)$ を計算するが、これは並列的に処理できる。次に、各画素においてその近傍のマッチング・マップを調べる。同じ速度 v に対して、自分、及び近傍のマッチング結果を加算する。最大の値を示す v を真の速度とする。

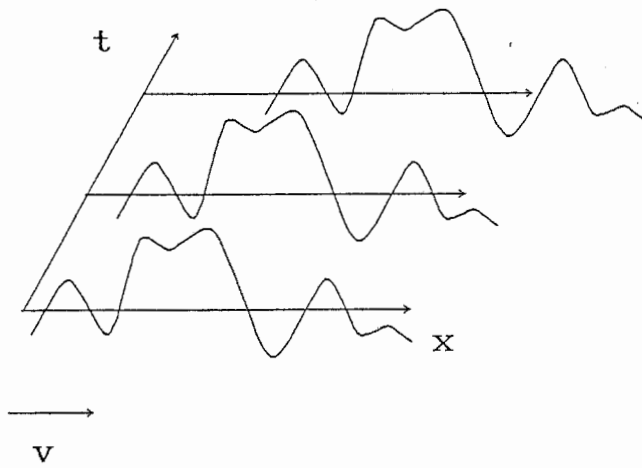
3. Watsonモデル

Watsonモデルでは、処理は大きく 2 つのステップに分けられる。第 1 のステップは、線形な時空間フィルタリングで、スカラー・モーション・センサと呼ばれる。第 2 のステップは、各空間位置において時空間フィルタからの出力の時間的な変動、すなわち時間周波数を調べ、その位置の速度を求める非線形処理で、ベクトル・モーション・センサと呼ばれる。

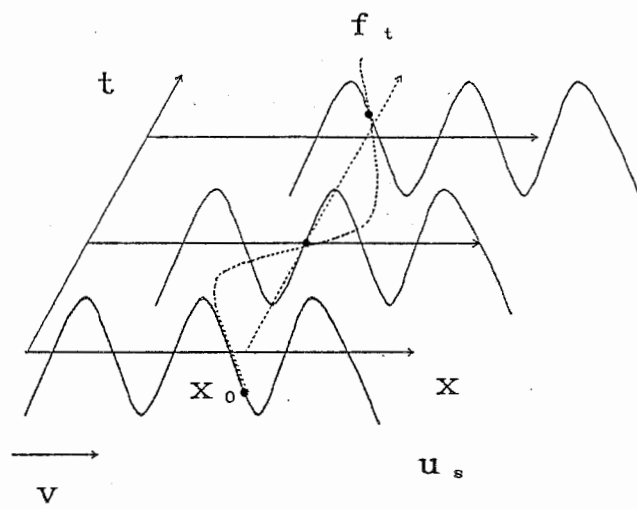
本節では、Watsonモデルの原理を示した後、スカラー・モーション・センサ、ベクトル・モーション・センサについて述べる。最後に、シミュレーションの結果を示す。

3. 1 Watsonモデルの原理

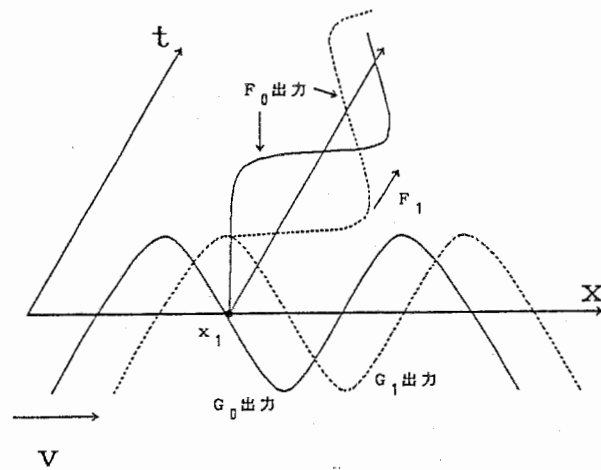
はじめに、簡単のために空間を 1 次元として説明する。Fig.7(a)に示すように、ある空間パターンが速さ v で右向きに移動しているとする。x 軸は空間軸、t 軸は時間軸である。各時刻において、空間パターンに中心周波数 u_s のバンドパスフィルタ G_0 をかけると、Fig.7(b)に示すように周波数 u_s の正弦波パター



(a) 入力パターン



(b) 出力パターン



(c) 空間波形と時間波形の位相関係

Fig.7 Watsonモデルの原理 (1次元)

ンの時系列が得られる。ある空間位置 x_0 における時間方向の変化は、正弦波形でその周波数 f_t は、

$$f_t = v \cdot u_s \quad (3)$$

となる。フィルタ通過後の時間周波数を調べ、それを空間フィルタの中心周波数 u_s で割ることによって、速さ v を求めることができる。しかし、(3)式では動きの向きを決定することはできない。向きも含めて求めるためには、次のようにする。別の空間フィルタ G_1 を用意する。 G_1 は、 G_0 をヒルベルト変換したものである。すなわち、振幅特性は同じであるが、位相はすべての周波数において G_1 のほうが $\pi/2$ だけ進んでいる。よって、ある空間パターンを両フィルタにかけると、 G_1 通過後の波形の方が $\pi/2$ 位相が進む。各時刻における空間パターンに対して、それぞれ G_0 、 G_1 のフィルタをかける。空間パターンが右向きに動いていれば、Fig.7(c)に示すように、ある空間位置 x_0 における G_1 の出力の時間変化は、 G_0 の出力よりも位相が $\pi/2$ 遅れている。そこで、時間方向のフィルタリングを行なう。 G_0 の出力に対しては F_0 、 G_1 の出力には F_1 の時間フィルタをかける。ただし空間フィルタと同様、 F_1 は F_0 をヒルベルト変換したものである。

これらの時間フィルタが十分広いバンド幅を持っていれば、出力にはそれぞれ(3)式で与えられる時間周波数を持つ正弦波が出てくる。しかも、 F_1 の出力は F_0 の出力に比べて位相が $\pi/2$ 進むので、2つの出力波形は完全に重なる。もし、空間パターンが左向きに動いていた場合には、 G_1 出力の時間変化は G_0 出力の時間変化よりも位相が $\pi/2$ 遅れることになり、時間フィルタを通した後では、両波形の位相は π 異なることになる。 F_0 と F_1 の出力を加算すると、右向きの動きに対しては、(3)式で与えられる時間周波数の出力が得られるが、左向きの動きに対しては出力は得られない。つまり、このような時空間のフィルタリングを行い出力が得られればそれは右向きの動きであり、速さは(3)式によって求められる。 F_0 と F_1 の出力の差をとることにより、左向きの動きの速さを求めることができる。

空間が2次元の場合には、空間フィルタとして2次元フィルタをかけることになる。ここでは、方向に選択性を持ったバンドパスフィルタを用いる。Fig. 8(a)のような2次元パターンを、 θ_s の方向に選択性を持ち、中心周波数 u_s の

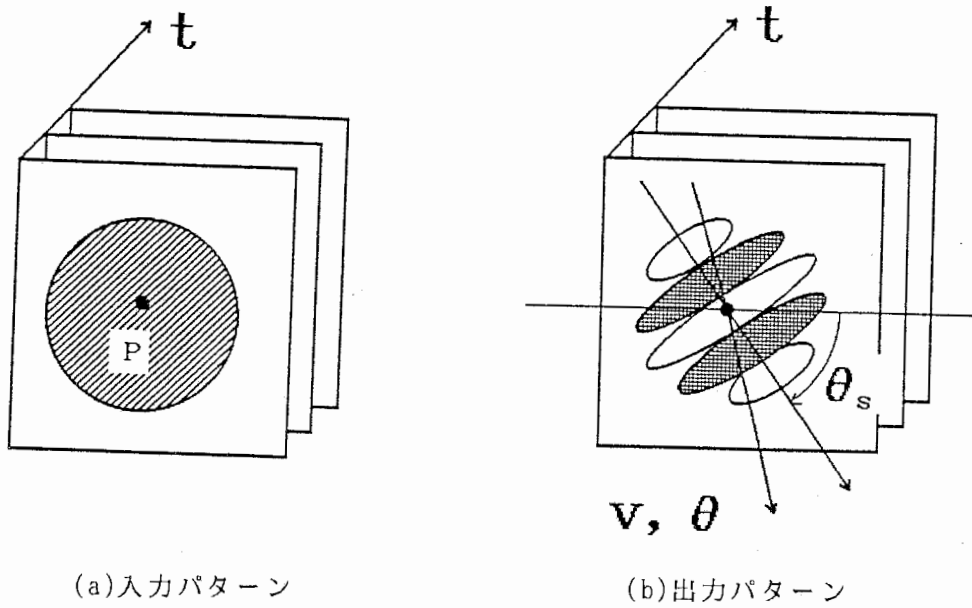


Fig.8 Watsonモデルの原理 (2次元)

フィルタをかけると、Fig.8(b)のようになる。すなわち、 θ_s 方向に周波数 u_s で変動する成分のみが取り出せる。この2次元パターンが θ の向きに速さ v で動いている場合、ある空間位置 P における時間変動は、次式で表わされる周波数を持つ正弦波となる。

$$f_t = u_s \cdot v \cdot \cos(\theta - \theta_s) \quad (4)$$

これは、 θ_s 方向の軸上を空間周波数 u_s の1次元の正弦波が速さ $v \cdot \cos(\theta - \theta_s)$ で動いている場合と等価である。よって、先に述べた1次元の問題に帰着できる。ただしこれで得られるものは、 θ_s 方向の軸に沿ってどちらに動いているかということと、実際の速さの θ_s 軸への射影成分だけである。

完全な2次元速度ベクトル v, θ を求めるためには、空間フィルタとして方向性 θ_s が異なるものを複数用意し、それぞれを用いた場合の出力の時間周波数 f_t を調べる。得られたデータを(4)式にあてはめることによって、 v と θ を求める。

3.2 スカラ・モーション・センサ

スカラ・モーション・センサは、時空間フィルタである。Watsonモデル

ルで用いられているスカラ・モーション・センサの構成をFig.9に示す。

各フィルタについて説明する。

(a) 時間フィルタ

次式の時間フィルタを用いる。

$$f(t) = \xi [f_1(t) - \zeta f_2(t)]$$

$$f_i(t) = \frac{u(t)}{\tau_i (n_i - 1)!} (t/\tau_i)^{n_i - 1} e^{-t/\tau_i} \quad (5)$$

ここで、 $u(t)$ はユニット関数、 ξ , τ_1 , τ_2 , n_1 , n_2 は定数である。(3)式は広いバンド幅を持ったバンドパスフィルタである。各定数を、 $\xi = 0.9$, $\tau_1 = 0.004$, $\tau_2 = 0.0053$, $n_1 = 9$, $n_2 = 10$ と置くことによって、人間の時間に対するコントラスト感度の近似式となる。

(b) 空間フィルタ

方向性を持ったバンドパスフィルタとして

$$g(x, y) = a(x) \cdot b(y)$$

$$a(x) = \exp[-(x/\lambda)^2 \cos(2\pi u_s x)]$$

$$b(y) = \exp[-(y/\lambda)^2] \quad (6)$$

を用いる。x方向のフィルタ $a(x)$ は、ガボール関数と呼ばれ、コサイン関数をガウス関数で変調したものである。中心周波数 u_s のバンドパスフィルタとなる。y方向のフィルタ $b(y)$ は、ガウス関数である。これらを掛け合わせることによって2次元のフィルタを構成している。 $a(x)$ 、 $b(y)$ ともに、バンド幅は定数 λ に依存する。ここでは、バンド幅を1オクターブとするために、

$$\lambda = \frac{3(1/n_2)}{\pi \cdot u_s} \quad (7)$$

とする。

(6)式は、x軸の方向に選択性を持つフィルタである。任意の方向 θ_s に選択

性を持つ空間フィルタは、(6)式を $x - y$ 平面上で θs だけ回転することによって得られる。

(c) ヒルベルトフィルタ

2. 1で述べたように、動きの向きに選択的に反応するフィルタを作るために、時間フィルタ及び空間フィルタをヒルベルト変換する。ヒルベルト変換は、次の関数との畳み込み演算である。

$$h(x) = -1 / \pi \cdot x \quad (8)$$

(8)式は、ヒルベルト変換を行なうフィルタとみなすことができる。これをヒルベルトフィルタと呼ぶことにする。時間フィルタは1次元なので、そのヒルベルト変換は(8)式をそのまま用いることができる。ヒルベルト時間フィルタは(8)式そのものである。空間方向は2次元であるが、実際にヒルベルト変換を施すのは空間フィルタが選択性を持つ θs 方向だけである。よって、ヒルベルト空間フィルタは、用いた空間フィルタと同じ θs の方向に選択性を持つ1次元的なフィルタであればよい。これは、(9)式のような x 方向のみにヒルベルト変換を行なう2次元フィルタを作り、 θs° 回転することで実現できる。

$$h_s(x, y) = -1 / \pi \cdot x \quad (9)$$

フィルタをヒルベルト変換して得られた新しいフィルタは、元のフィルタとヒルベルトフィルタとの2つに分離できる。そこで、Fig.9に示すように2つのパスを設けることで、位相の異なる2つの時空間フィルタを実現できる。この2つのパスをquadrature pairと呼ぶ。

(d) 時間遅延

ヒルベルト時間フィルタによって位相をずらしたときに、因果律を保つために、適当な時間遅延を行なう。

θs 方向に選択性を持つ空間フィルタを用いると、quadrature pairの各出力を加算するか、引算するかによって、 θs または $\theta s + \pi$ の向きの動きに選択性を持つ2つのスカラ・モーション・センサが得られる。空間フィルタの方向性に対して適当に向きを決め、その範囲を 0° から 360° とすれば、加算のみですべての向きに選択性を持つスカラ・モーション・センサを構成することができ

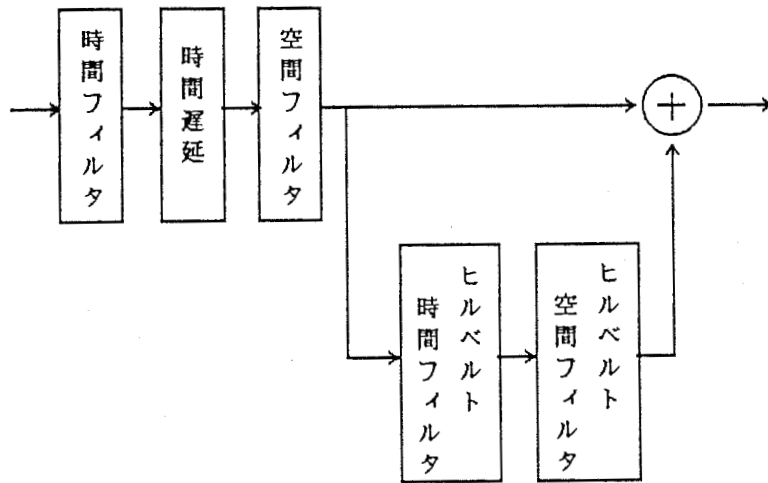


Fig.9 時空間フィルタの構成

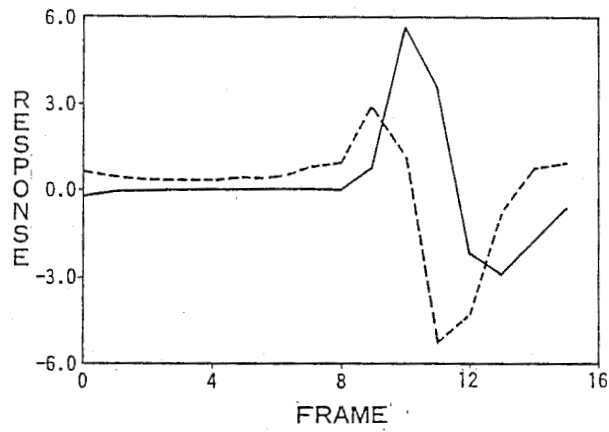


Fig.10 時間フィルタ

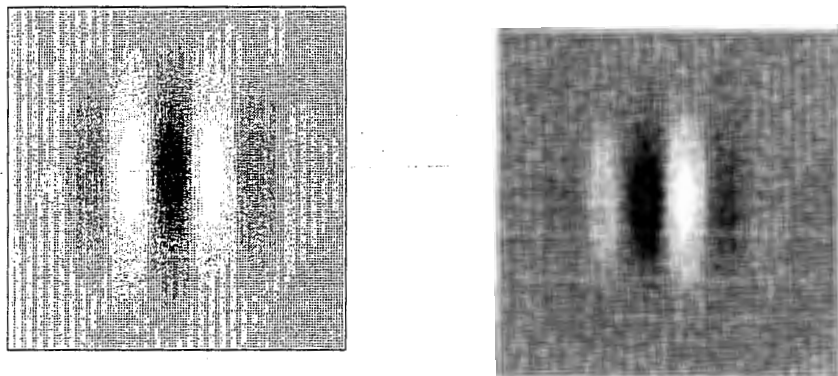


Fig.11 空間フィルタ

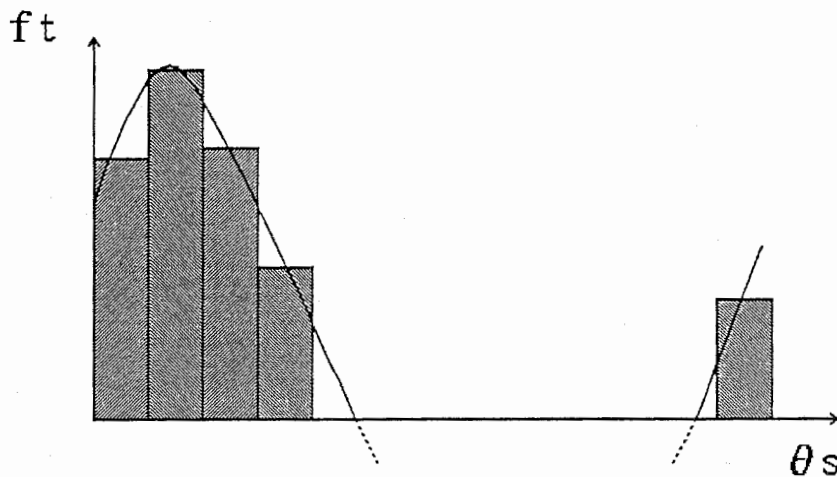


Fig.12 時空間フィルタの向きと出力時間周波数の関係

る (θ_s の向きに選択性を持つ空間フィルタを用いて加算によって得られたスカラ・モーション・センサは、 $\theta_s + \pi$ の向きに選択性を持つ空間フィルタを用いて引算によって得られたものと同じ)。よって、Fig.9では、quadrature pairの加算のみを行なっている。 Fig.10に、時間フィルタ（実線）、およびそれをヒルベルト変換したフィルタ（破線）のインパルス応答を示す。Fig.11に、空間フィルタ、およびそれをヒルベルト変換したフィルタのインパルス応答を示す。

3. 3 ベクトル・モーション・センサ

複数のスカラ・モーション・センサの出力から速度を求める部分をベクトル・モーション・センサと呼んでいる。

同じ空間周波数 u_s に対して選択性を持つスカラ・モーション・センサ群を1つのチャンネルとする。これは、空間周波数チャンネルに相当する。チャンネル中の各センサは、異なる向きに選択性を持っている。2次元空間の各位置において、同じチャンネル中の各センサの出力時間周波数 f_t を調べ、用いたセンサの向き θ_s に対してプロットする。 θ_s と f_t との間には(4)式の関係がある。ここでは、 u_s は一定である。さらに速度 v 、 θ は入力によって決まるのでやはり一定である。よって、このプロットはコサイン曲線となる。Fig.12にこの様子を示す。コサイン曲線が半周期しか描かれていないのは、センサの向きが、

動きの向きと $\pm \pi / 2$ 以上異なる場合、そのセンサは反応せず、時間周波数を求めることができないからである。

動きの速さ v は、得られたコサイン曲線の振幅をセンサの中心周波数 u_s で割ることによって求められる。コサイン曲線の位相が、動きの向き θ となっている。

Fig.13にWatsonモデルの全体の構成を示す。

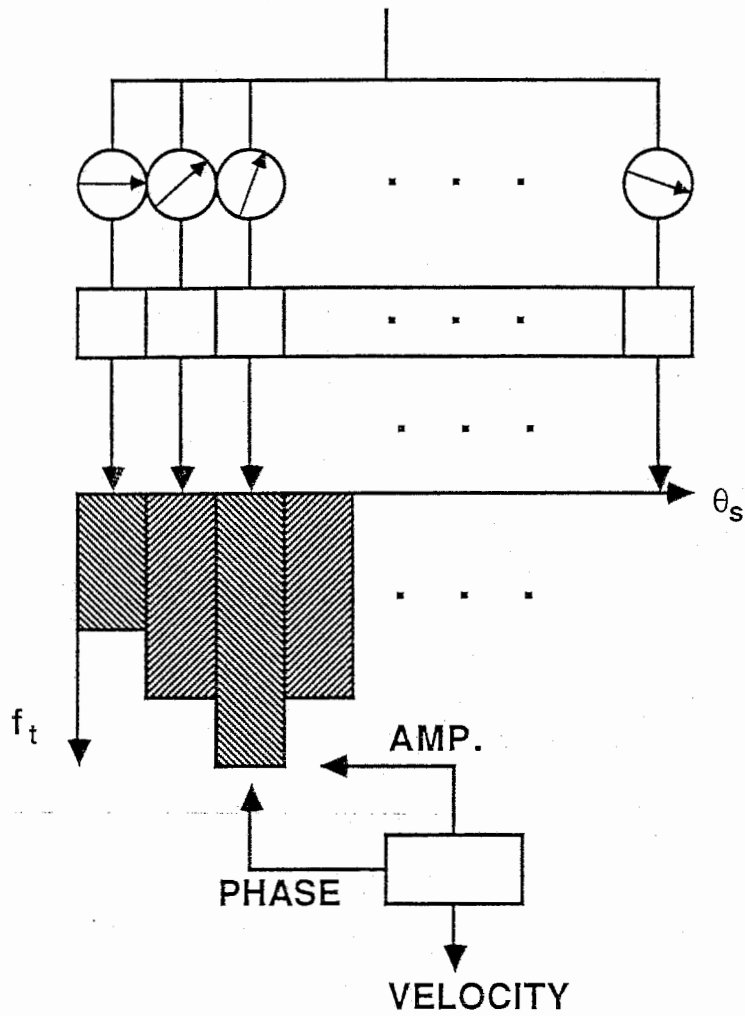


Fig.13 Watsonモデルの構成

3. 4 シミュレーション

Fig.14(a)は、2次元画像の時系列を示す。画像の大きさは32pixel×32pixelで、時間方向は16frameである。左上から右および下に向かって時間が経過していく。画像中のパターンは、2次元のガウス波形であり、その分散は1pixelである。中心は、時間とともに左上から右下に向かって移動している。速さは、1.4pixel/frameである。さらに、各時刻の画像の平均輝度は、時間によってガウス関数で変化している。その中心は第8frame、分散は4frameである。

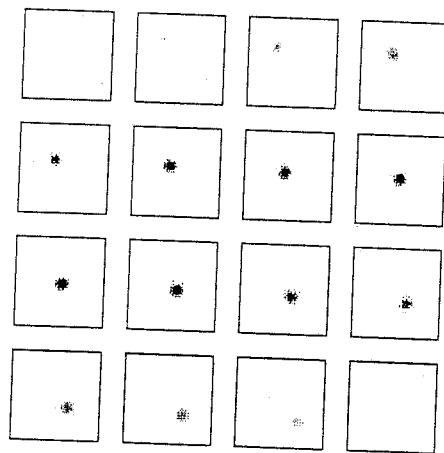
この時空間データに対して、Watsonモデルを適用した。ここでは、2つの空間周波数チャンネルを用いた。それぞれ、空間周波数0.25cycle/pixel, 0.125cycle/pixelに選択性を持つ。また、1つのチャンネルにおいては10個のスカラ・モーション・センサを用いた。チャンネル内の各センサは、 $2\pi n/10$ ($n = 0, 1, \dots, 9$)の向きに方向性を持つ。結果をFig.14(b), Fig.14(c)に示す。各ベクトルがその位置の速度を表わしている。

4. Watsonモデルの改良

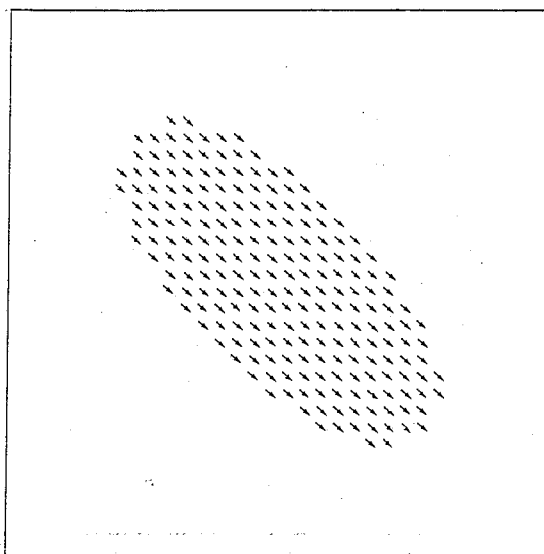
我々は、第3章で紹介したWatsonモデルを検討し、そのいくつかの問題点について改良を行なった。ここでは、それらの問題点を示し、我々が行なった改良について述べる。

4. 1 Watsonモデルの問題点

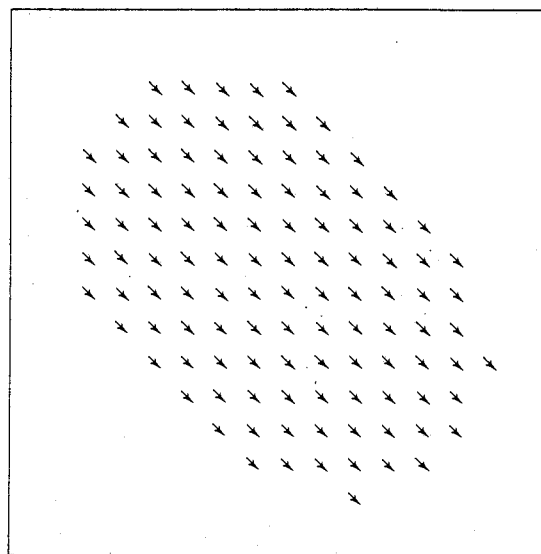
Watsonモデルの問題点としては、まず速度の推定精度がある。これは、フィルタ、とくに空間フィルタのバンド幅による曖昧性に起因するもので、時空間フィルタを用いるすべての方法について共通の問題である。空間フィルタのバンド幅が十分小さければ、これを通過した空間パターンは単一周波数 u_s とみなすことができる。従って、出力の時間波形は、この空間周波数に対して(4)式で決まる単一の周波数成分 f_t を持つ。空間周波数 u_s の成分の運動によって周波数 f_t の時間変化が生じていることは明白であり、その対応をとる必要はない。



(a)入力パターン



(b)速度場 ($u_s=0.25$)



(c)速度場 ($u_s=0.125$)

Fig.14 シミュレーション

実際には、空間フィルタはバンド幅を持っており、出力には複数の空間周波数成分が含まれる。よって、出力時間波形はそれらに対応する複数の周波数成分からなる。この場合、どの空間周波数がどの時間周波数に対応しているかを決定する必要がある。この対応付けの方法として、周波数分布におけるパワーを用いることが考えられる。すなわち、空間周波数分布において最大パワーを持つ成分は、時間周波数分布において最大のパワーを持つ成分に対応する。Watsonらは、空間フィルタ通過後はその中心周波数 u_s の成分が最大パワーを持つと仮定し、それを最大パワーを持つ時間周波数 f_t に対応付けている。しかし一般に、空間フィルタ通過後の空間周波数分布は、入力空間パターンの周波数分布に依存し、常に u_s が f_t に対応するとは限らない。対応していない、時間周波数と空間周波数を用いて計算しても正しい速度は求まらない。

もう1つの問題点としては、空間周波数チャンネル間の相互作用がある。彼らのモデルでは、中心周波数の異なる複数の空間周波数チャンネルを用意し、いろいろな周波数成分の速度を求めることができる。しかし、チャンネル間の関係についてはなにも導入されていない。各チャンネルは独立にそれぞれの受け持つ成分の速度を推定するに過ぎない。いろいろな空間周波数成分を含むような複雑な情景の運動に対しては、単一チャンネルのみでは限界があると思われる。例えば、Fig.15(a)に示すような時空間パターンを考える。これらの並び方は、Fig.14と同じである。第1 frameは白点と黒点のランダムドットパターンである。第2 frame以降は、第1 frameのパターンを右下45°の方向に1.4pixel/frameで動かして作る。移動によってできた左端と上端の空白の画素には、白点または黒点をランダムに埋める。このような時空間パターンを人間が見ると、はっきりと左上から右下に向かう動きを知覚することができる。しかし、Watsonモデルによる速度場は、Fig.15(b) ($u_s=0.25$) となり、正しい結果が得られない。これは、このようなランダムパターンを局所的に見た場合、一般に含まれる空間周波数成分は向きによって異なることによる。ある局所的な空間パターンに対しては、あるチャンネル内のセンサのなかには、出力を出さないものも出てくる。1つのチャンネルだけから速度を推定しようとする、このような向きの情報は利用できなくなり、コサイン曲線へのあてはめもよい結果は期待できない。

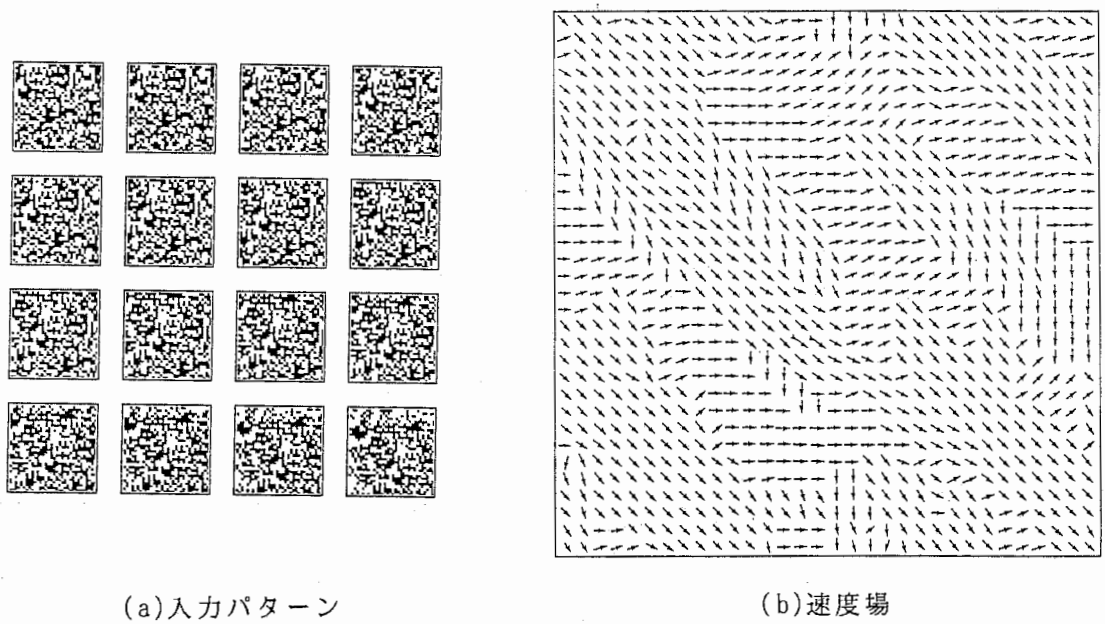


Fig.15 シミュレーション

我々は、Watsonモデルのこれらの問題に対して改良を行なってきた。まず第一の問題に対して、空間フィルタの中心周波数のかわりに時空間フィルタの出力における実際の空間周波数を用いる方法を提案した¹²。第二の問題に対しては、各チャンネルからの情報を加算的に統合する1実現方法を提案した¹³。また、後者の方法を拡張してさらに精度を向上させる方法を提案した¹⁴。以下では、これらの改良について述べる。

4. 2 速度の推定精度の改善

4. 1で述べたように、時空間フィルタを用いるWatsonモデルには精度の問題が付きまとう。ここでは、時間周波数と空間周波数のより正確な対応付けを行なうことによる精度改善の方法を提案する。

4. 2. 1 原理

精度の問題を解決する1つの方法としては、時空間フィルタ出力の実際の空間周波数を用いることが考えられる。フィルタの出力において、最大パワーを

持つ成分の空間周波数 $f_s (= (f_x^2 + f_y^2)^{1/2}$ 、 f_x 、 f_y はそれぞれ x 方向、y 方向の周波数成分) を検出し、(4)式において u_s のかわりに、この値を用いる。方向性の異なる各フィルタの出力に対してそれぞれ f_s を求める。入力パターンが方向性を持つ場合、方向によって f_s が異なる。このとき、時間周波数 $\theta_s - f_t$ のプロットは、3.3で述べたようなコサイン曲線にはならない。そこで、(4)式の両辺を f_s で割って (u_s で割って、 f_s に置き換える)、

$$f_t / f_s = v \cdot \cos(\theta - \theta_s) \quad (10)$$

とする。この式によれば、入力パターンの方向性とは無関係に、 f_t / f_s は θ_s に対してコサインで変化する。そこで、時空間フィルタの出力において、時間周波数 f_t と空間周波数 f_s を検出し、 f_t / f_s を計算する。 $\theta_s - f_t / f_s$ のプロットを行い、コサイン曲線にあてはめる。Fig.14(a)の入力パターンに対して、この方法とWatsonらの方法で速度を求めて比較した。結果をTable.1に示す。

4.2.3 考察

本方法は精度の向上には有効であるが、運動視知覚のモデルとして見た場合には問題がある。各チャンネルの空間フィルタは、入力パターンをそれぞれの周波数成分に仕分けするためのものであり、フィルタ通過後のパターンはその中心周波数でラベル付けされて次の処理過程に送られると考えるべきである。よって、Watsonらのように空間フィルタの中心周波数を用いることが自然であると思われる。モデルとしては精度を犠牲にしても中心周波数を用いた方が好ましい。

Table.1 速度の推定精度の比較

	(4)式	(5)式	真値
速度	1.0	1.38	1.41
向き	36	39	45

(単位 速度 pixel/frame, 向き degree)

4. 3 複数チャンネルを用いた速度推定

周波数チャンネル間に相互作用を導入することによって、より安定した速度推定が期待できる。また、順応を用いた心理物理的な実験では、人間の空間周波数チャンネル間にはなんらかの相互作用が働いていることが示唆されている。このように、人間の運動視知覚モデルとしては、チャンネル間になんらかの相互作用を導入することが望ましい。

ここでは、チャンネル間の相互作用を実現する1つの方法を提案する。時空間フィルタとしては、3. で述べたスカラ・モーション・センサを用いる。4. 3. 1に、ここで用いる速度平面について述べ、4. 3. 2に速度推定のアルゴリズムを示す。4. 3. 3では、本方法をランダムドットパターンに適用し、Watsonモデルと比較する。

4. 3. 1 速度平面

Fig.16に示すような速度平面を考える。 v_x は、速度ベクトル v の x 軸方向の成分、 v_y は y 軸方向の成分である。この平面上の1点は1つの速度に対応する。

いま、1つのスカラ・モーションセンサを考える。これは、空間周波数 u_s に選択的なチャンネルに属し、 θ_s の向きに選択性を持つとする。出力の時間周波数が f_t であれば、これは、実際の速度ベクトル v の θ_s の向きへの射影成分が、 f_t/u_s であることを示している。つまり速度ベクトル v は、向きが θ_s で、長さが f_t/u_s のベクトルの終点を通り、それに垂直な直線上

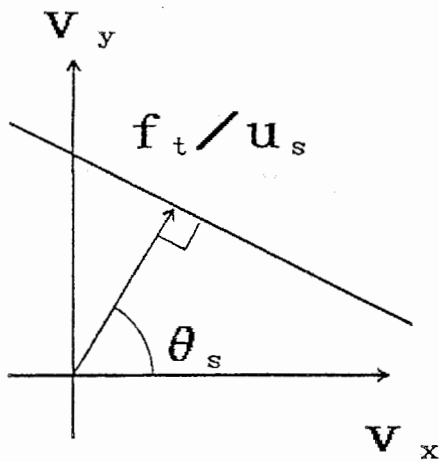
$$v_y = -(1/\tan \theta_s) v_x + f_t / u_s \sin \theta_s \quad (11)$$

にあるはずである (Fig.16(a))。このような直線をいろいろな θ_s について描いてやると、 v はその交点として求められる (Fig.16(b))。

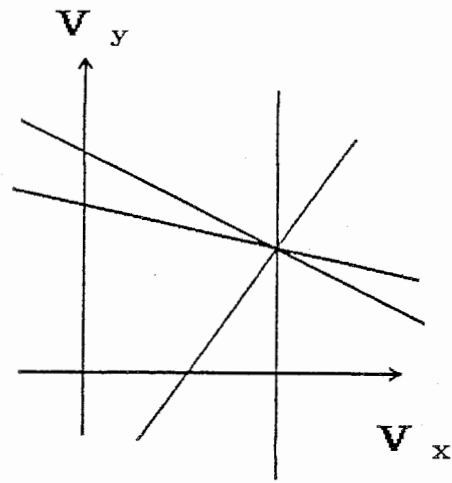
4. 3. 2 アルゴリズム

各空間位置 (x, y) に対して、速度平面 $VEL_{x,y}(v_x, v_y)$ を用意する。あるスカラ・モーション・センサの出力時間周波数 f_t から、(11)式の直線を求め、これを満たす v_x, v_y に対して

$$VEL_{x,y}(v_x, v_y) = VEL_{x,y}(v_x, v_y) + 1 \quad (12)$$



(a)速度の候補を表わす直線



(b)複数フィルタによる速度の決定

Fig.16 速度平面

とする。これを各センサに対して行い、速度平面において最大値を持つ v_x , v_y を求める。実際の速度は、

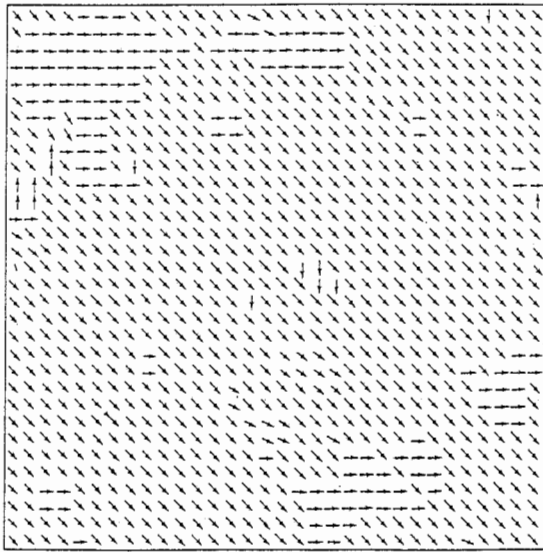
$$\begin{aligned}
 v &= (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \\
 \theta &= \tan^{-1} (v_y / v_x)
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

によって得られる。

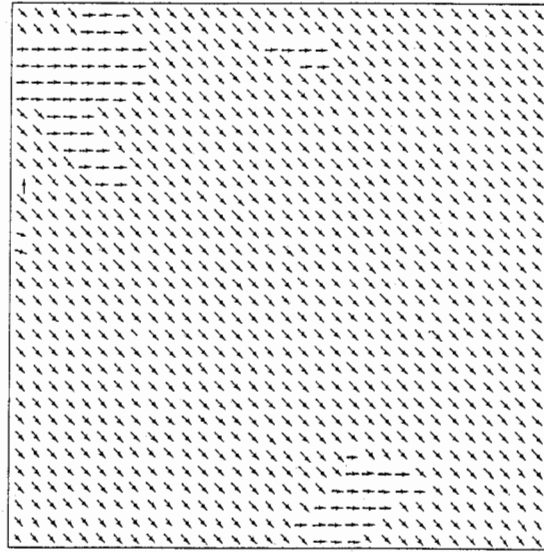
速度平面をチャンネルごとに設け、(12)式の加算を1つのチャンネル中のセンサのみに対しておこなえば、この操作は、本質的にWatsonモデルのベクトル・モーショントラッキング・センサと全く同じである。なぜならば、どちらも(4)式をそのまま表わしているにすぎないからである。しかし、異なるチャンネルに対しても同じ速度平面を用いれば、各チャンネルからの(11)式の直線が加算され、その交点からはより信頼性の高い速度が求められる。

4. 3. 3 シミュレーション

Fig.15(a)に示した時空間パターンに対して、本手法を用いて速度推定を行な



(a)3チャンネルによる結果



(b)3チャンネル及び近傍を用いた結果

Fig.17 シミュレーション

った。結果をFig.17(a)に示す。空間周波数チャンネルは3種類用いた。各チャンネルは、それぞれ空間周波数0.25,0.125,0.0625cycle/pixelに選択性を持つ。速度平面の軸の単位は、0.05pixel/frameである。

大部分の速度ベクトルは、1.4pixel/frameの速さで45°の向きを持っており、これは入力データの速度を正確に示している。Watsonモデルを用いた場合に比べてかなりよい結果が得られている。

近傍画素の相互作用を次のように取り入れることができる。ある画素の速度平面に、近傍画素の速度平面を加算し、そこから得られる速度を、中心画素の速度とする。この方法は、van Santenのvoting ruleや、Littleらがマッチング・マップM(v)を近傍で加算していることと等価である。

同じ入力に対して、隣接する8近傍の加算を行い速度を推定した。結果をFig.17(b)に示す。

4. 3. 4 考察

- (a) 速度候補の直線を求める時に、4. 2の方法、すなわち時空間フィルタ出力における実際の空間周波数を用いることによって精度を上げることがもできる。しかし、4. 2. 3で述べた理由により、モデルとしては空間フィルタの中心周波数を用いるべきである。
- (b) シミュレーションでは、すべての空間周波数成分が同一方向に動いているパターンを扱った。Watsonモデルでは、周波数成分によって動く向きが異なっているようなパターンに対して、各成分を受け持つチャンネルが、独立に正しい速度を与えることを示している。本方法では、このようなパターンが入力されると、速度平面において複数のピークができてしまう。この場合には、ピーク間の距離によって、方向グループ間の加算を行なうかどうかを決めればよい。ピークがごく近くにある場合には加算を行い、離れている場合にはそのチャンネル間の加算は行わずに、別々に最大値を求める。
- (c) 4. 3. 3に示した近傍画素の相互作用の仕方は、動きが不連続であるような所で有効である。なぜなら、これは平均操作ではなく、最大値を採用するからである。いま、ある画素の近傍に、それとは異なる速度を持つ領域が含まれているとする。近傍の大きさが十分小さければ、ほとんどの場合、近傍の過半数以上はその中心画素と同じ速度を持っていると考えられる。従って、近傍の速度平面を加算しても、多数決によって正しい速度が選ばれる。
- (d) (12)式によって速度平面に直線を描いた場合、誤差に影響され、通常それらは1点には交わらない。シミュレーションでは、1つの空間周波数チャンネルに10個のスカラ・モーション・センサを用意しているが、反応するのは半分だけである。つまり、得られる直線は5本である。実際、この程度では、すべての直線は異なる位置で交わり、速度平面には、最大値2を持つ速度が多数存在することになる。このような状態で最大値を求めても満足できる速度は得られない。(b)で述べたように、異なる空間周波数成分が異なる速度で動いている場合には、1つのチャンネルだけから速度を求めなければならない場合もでてくる。このために

も、1つのチャンネルのみからでも、ある程度の速度が求められる方法を考える必要がある。

(e) 空間周波数チャンネル間の相互作用、近傍画素の相互作用を、単なる速度平面の加算で実現したが、この相互作用の仕方についてさらに検討をする必要がある。

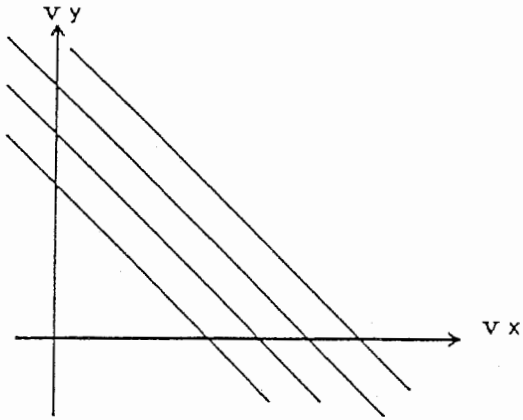
4. 4 複数の時間周波数成分を用いた速度推定

空間フィルタのバンド幅は推定速度の誤差の原因になることは、4. 1で述べた。4. 3で提案した方法では、この誤差は速度候補の直線が描かれる位置として現われる。すなわち、計算に用いる空間周波数と時間周波数が対応していなければ、誤った位置に直線が描かれる。ここでは、4. 3で述べた方法を拡張し、このような誤差を時間周波数軸上で吸収する方法を提案する。

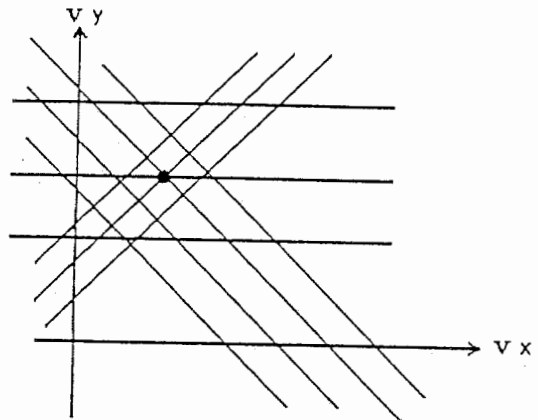
4. 4. 1 原理

時空間フィルタの出力において、空間周波数領域に存在する周波数成分は、時間周波数領域に存在する周波数成分と1対1に対応している。時空間フィルタ出力には空間フィルタの中心周波数 u_s の成分が常に存在することを仮定すれば、 u_s は必ず時間周波数領域に存在する成分のいずれかと対応している。そこで、1つの空間周波数 u_s に、あるしきい値以上のパワーを持つ出力時間周波数すべてを対応させ、それぞれについて直線を描く。これらの直線は、方向 θ_s は同じであるから、Fig.18(a)に示すように平行な直線群をなす。この直線群には、必ず正しい速度候補を表わす直線が含まれている。方向性の異なる時空間フィルタや、異なるチャンネルに対して、同一速度平面上にこの直線群を描き、最も多くの直線が交わる点を真の速度として求める (Fig.18(b))。

1つの時空間フィルタから得られた直線群において、どれが正しい直線であるかは、複数の時空間フィルタによって得られた各直線群の整合をとり、真の速度を求めるときに結果的に選択される。すなわち、真の速度を示す点を通過している直線が、結果的に選ばれたことになる。

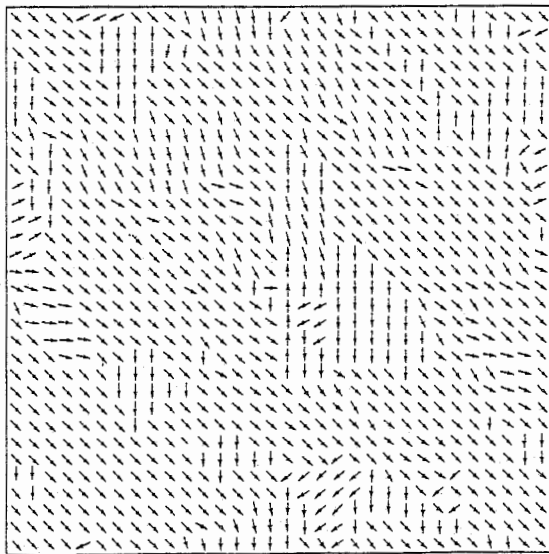


(a)単一の時空間フィルタからの速度候補

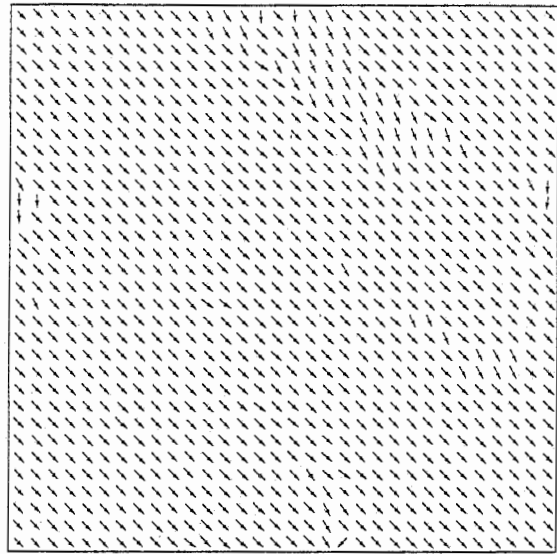


(b)複数の時空間フィルタによる速度の決定

Fig.18複数の時間周波数成分の利用



(a)単一時間周波数による結果



(b)複数時間周波数による結果

Fig.19 シミュレーション

4. 4. 2 シミュレーション

本方法をFig.15(a)の時空間パターンに適用した。結果をFig.19(a), Fig.19(b)に示す。それぞれ1チャンネル ($u_s=0.25$) の出力から推定した速度場である。前者は、最大パワーを持つ時間周波数成分のみを用いた結果、後者は、しきい値以上のパワーを持つ時間周波数成分すべてを用いた結果である。これまでの方法では、単一チャンネルから速度推定をすることが不可能であったが、本方法によれば安定した速度推定ができています。

4. 4. 3 考察

本節では4. 3を拡張し、その精度を向上させるための方法を提案した。精度向上のための方法は4. 2でも提案したが、これらはどちらも空間周波数と時間周波数の正しい対応付けを行なおうとするものである。しかし、後者は次の欠点を持つ。第一に、4. 2. 3でも述べたように、モデルとしての妥当性を欠く。第二に、用いる空間周波数 f_s は、空間パターン全体にわたって見た時に最大のパワーを持つ周波数であり、それが局所的にもパワー最大である保証はない。時空間フィルタ出力における時間変化は、局所的なパターンの運動によって生じるので、各空間位置ごとに見た場合、4. 2の方法で必ずしも正しい対応がとれるとは限らない。

これに対し、本方法は計算に用いる空間周波数に依存しないという特徴を持つ。なぜならば、どの空間周波数を用いても、採用した時間周波数の集合の中には必ずそれに対応するものが含まれているからである。よって、精度を落とすことなく空間フィルタの中心周波数を用いることができ、モデルとしての妥当性は保たれている。また、本方法は空間フィルタのバンド幅による曖昧性を時間周波数軸上で吸収していることになるが、時間周波数は各空間位置ごとに求められるので、それぞれの位置ごとに正しい対応をとることができる。

7. おわりに

運動視知覚の最初の段階である局所運動検出機構の従来モデルを調査した。その結果、Watsonらによって提案されたモデルは、2次元速度を求められるな

ど、他のモデルに比べて有効であることが分かった。しかし、彼らのモデルは、時空間フィルタを用いているために高い推定精度が期待できない。また、空間周波数チャンネル間の相互作用については何も導入していない。本レポートでは、これらの問題点を改善する方法を提案した。まず、工学的立場からその精度を改善する方法を提案した。次に、空間周波数チャンネル間になんらかの相互作用を導入する必要性を指摘し、その1実現方法を提案した。最後に、後者の方法を拡張した精度向上法を提案した。計算機シミュレーションによって、ここで提案した各方法の有効性を確かめた。

今後は、運動視知覚の次の段階として、得られた局所運動を空間的に統合し、まとまりを持った（物体として）の運動を抽出するプロセスのモデル化を行なっていく予定である。

参考文献

1. W.Reichardt,"Autocorrelation, a principle for the evaluation of sensory information by the central neurons system",in Sensory Communication, W.A.Rosenblith,ed.(Wiley,New York,1961).
2. J.P.H.van Santen and G.Sperling,"Elaborated Reichardt detectors", J.Opt.Soc.Am.A,2,300-320(1985).
3. E.H.Adelson and J.R.Bergen,"Spatiotemporal energy models for the perception of motion",J.Opt.Soc.Am.A,2,284-299(1985).
4. D.Marr and S.sullman,"Direction selectivity and its use in early visual processing",Proc.R.Soc.London Ser.B211,151-180(1981).
5. J.O.Limb and J.A.Murphy,"Estimating the velocity of moving images in television signals",Computer Graphics Image Processing 4,311-327(1975).
6. 鈴木,吹抜,"動画像の速度に関する二つの基本定理の等価性について",信学論(D),J70-D,9,pp.1828-1829 (昭62-09).
7. A.B.Watson and A.J.Ahumada,"Model of human visual-motion sensing", J.Opt.Soc.Am.A,2,322-341(1985).

8. D.J.Heeger,"Model for extraction of image flow",J.Opt.Soc.Am.A,
Vol.4,No.8,1455-1471(1987).
9. D.Kersten,A.J.O'Toole,M.E.Sereno,D.C.Knill and J.A.Anderson,"Asso-
iative learning of scene parameters from images",Applied Optics,
Vol.26,No.23,4999-5006(1987).
10. D.Marr,"VISION",W.H.Freeman and Company(1982),乾,安藤(訳)ビジョン
: 視覚の計算理論と脳内表現,産業図書(1987).
11. J.Little,H.Bulthoff and T.Poggio,"Parallel optical flow computati-
on",in Proceedings,Image Understanding Workshop (Morgan Kaufmann,
Los Altos,CA,1987),p.915
12. 緒形,佐藤," 時空間フィルタを用いた速度ベクトルの推定",昭62信学情シ
全大,1-260(1987).
13. 緒形,佐藤," 時空間フィルタを用いた運動視知覚のモデル",信学技報,IE
87-107(1988).
14. 緒形,佐藤," 運動視知覚モデルにおける推定速度の精度の改善",昭63信学
総全大発表予定.

付録 Watsonモデルによる速度推定法と速度平面の関係

多くの運動視知覚モデルでは、運動の向きに選択性を持つ時空間フィルタを用いているが、1つのフィルタのみでは aperture problem のために2次元の速度を求めることはできない。2次元速度を得るためには、異なった向きに選択性を持つ複数の時空間フィルタを用い、それらの出力情報を統合する必要がある。

このために、Watsonらは3.3で述べたような $\theta_s - f_t$ のプロットを行っている。すなわち、用いた時空間フィルタが選択性を持つ向き θ_s に対して、フィルタ通過後の時間周波数 f_t をプロットする。これは、理想的には(4)式で表わされる1周期のコサイン曲線上に乗るはずである。この曲線が決まれば、その振幅から運動の速さ $|v|$ が、位相から向き θ が計算できる。プロットしたデータ列を(4)式にあてはめるために、彼らはデータ列にフーリエ変換を施し、その第一高調波の振幅と位相を調べて、コサイン曲線の振幅と位相としている。これは最小自乗法によるコサインカーブへのフィッティングと等価である。

彼らの方法は、速度平面上では次のような意味を持つ。すなわち、各フィルタの出力に対して、速度平面に4.3.1で述べたような直線を引き、各直線までの距離の自乗和が最小となる点を求めている。以下にこれを示す。

Watsonらの方法では、(A1)式を最小にするような $|v|$ と θ を求めている。

$$\sigma_w^2 = E_i (v t_i - |v| \cdot \cos(\theta - \theta t_i))^2 \quad (A1)$$

ここで、 i は、フィルタの方向性による違いを示し、 $E_i(\cdot)$ は i に対する平均操作を意味する。これより、

$$|v| = \left([T^2(P^2 + R^2) + S^2(Q^2 + R^2) - 2RST(P + Q)] \right. \\ \left. / (PQ - R^2)^2 \right)^{1/2} \quad (A2)$$

$$\tan \theta = (RS - PT) / (RT - QS) \quad (A3)$$

但し、

$$\begin{aligned}P &= E i (c o s^2 \theta t_i) \\Q &= E i (s i n^2 \theta t_i) \\R &= E i (c o s \theta t_i \cdot s i n \theta t_i) \\S &= E i (v t_i \cdot c o s \theta t_i) \\T &= E i (v t_i \cdot s i n \theta t_i)\end{aligned}\tag{A 4}$$

を得る。一方、速度平面におけるある点 $(v x_0, v y_0)$ と直線

$$v y = a i \cdot v x + b i\tag{A 5}$$

との距離の自乗は、

$$l^2 = (v y_0 - a i \cdot v x_0 - b i)^2 / (a i^2 + 1)\tag{A 6}$$

となる。よって、各直線に対する l^2 の和

$$\sigma_v^2 = E i [l^2]\tag{A 7}$$

を最小にする $v x_0, v y_0$ を求めると、

$$v x_0 = (Q S - R T) / (P Q - R^2)\tag{A 8}$$

$$v y_0 = (P Q - R S) / (P Q - R^2)\tag{A 9}$$

となり、これから

$$|v| = (v x_0^2 + v y_0^2)^{1/2}\tag{A 10}$$

$$t a n \theta = v y_0 / v x_0\tag{A 11}$$

を求めると、(A 2) ~ (A 4) 式と同じになる。つまり Watsonらの方法は、速度平面において速度候補の集合である各直線までの距離の自乗和が最小とな

る点を速度として求めていることになる。